

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

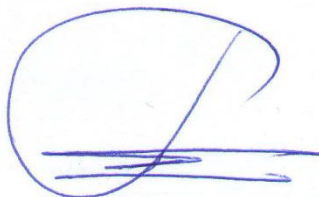


Афанасьева Ирина Николаевна

**АДАПТИВНАЯ МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ  
СТРОИТЕЛЬНОЙ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ**

Специальность: 05.13.18 –  
математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук



Научный руководитель:  
доктор технических наук,  
член-корреспондент РААСН  
*Белостоцкий Александр Михайлович*

Москва - 2014 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ .....	13
1.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ.....	13
1.2. ОБЗОР ИНЖЕНЕРНЫХ МЕТОДИК РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ .....	14
1.2.1. Обзор отечественной и зарубежной нормативной базы в области оценки аэродинамической неустойчивости .....	14
1.2.2. Существующие нормативные методики оценки динамического поведения системы «сооружение – жидкость».....	15
1.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАДАЧ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ .....	18
1.3.1. Особенности аэродинамических исследований.....	18
1.3.2. Особенности исследований системы «сооружение – жидкость» .....	19
1.4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ЖИДКОСТИ/ГАЗА И СООРУЖЕНИЙ/КОНСТРУКЦИЙ В СВЯЗАННОЙ ПОСТАНОВКЕ.....	21
1.4.1. Обзор исследований в области математического моделирования задач аэрогидроупругости .....	21
1.4.2. Обзор современных подходов математического описания движения среды.....	24
1.5. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ЖИДКОСТИ/ГАЗА И КОНСТРУКЦИЙ/СООРУЖЕНИЙ .....	30
1.5.1. Методы пространственно-временной дискретизации.....	30
1.5.2. Алгоритмы численного решения.....	39
1.6. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОГРАММНЫЕ КОМПЛЕКСЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ В СВЯЗАННОЙ ПОСТАНОВКЕ .....	43
1.7. ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1 .....	45
ГЛАВА 2. АДАПТИВНАЯ МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СТРОИТЕЛЬНОЙ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ И ЕЕ ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ.....	46
2.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ.....	46
2.2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПОВЕДЕНИЯ СООРУЖЕНИЯ И ЖИДКОСТИ.....	47
2.2.1. Уравнения поведения сооружения.....	47
2.2.2. Уравнения поведения жидкости.....	47

2.2.3. Уравнения контактного взаимодействия сооружения с жидкостью .....	57
2.3. ЧИСЛЕННАЯ АППРОКСИМАЦИЯ СВЯЗАННЫХ ЗАДАЧ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ .....	58
2.3.1. Конечноэлементная аппроксимация уравнений поведения сооружения .....	58
2.3.2. Аппроксимация уравнений поведения жидкости .....	59
2.3.3. Связанная система уравнений взаимодействия сооружения с жидкостью .....	61
2.3.4. Дискретизация по времени .....	65
2.3.5. Алгоритмы решения системы линейных алгебраических уравнений ..	67
2.4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ .....	68
2.4.1. Базовое программное обеспечение .....	68
2.4.2. Собственные программные разработки .....	78
2.5. ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2 .....	80
<b>ГЛАВА 3. ВЕРИФИКАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ АДАПТИВНОЙ МЕТОДИКИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СТРОИТЕЛЬНОЙ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ .....</b>	<b>81</b>
3.1. ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА ВЕРИФИКАЦИОННЫХ ЗАДАЧ .....	81
3.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ОБТЕКАНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЫ .....	82
3.2.1. Описание расчетных моделей .....	84
3.2.2. Результаты расчетов .....	86
3.2.3. Анализ результатов и выводы .....	91
3.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ОБТЕКАНИЯ ГИБКОЙ УПРУГОЙ КОНСТРУКЦИИ В СВЯЗАННОЙ ПОСТАНОВКЕ .....	94
3.3.1. Аэродинамические расчеты .....	97
3.3.2. Расчеты нелинейной динамики конструкции .....	104
3.3.3. Расчеты динамики системы «гибкая конструкция - поток» в связанной постановке .....	109
3.4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ЖИДКОСТИ РЕЗЕРВУАРЕ С ЖЕСТКИМИ СТЕНКАМИ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ДИНАМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ .....	120
3.4.1. Описание расчетных КЭ-моделей .....	122
3.4.2. Параметры расчетов .....	124
3.4.3. Результаты расчетов .....	126
3.4.4. Анализ результатов и выводы .....	127

3.5. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ «ПОДВИЖНАЯ РАМА – ТОНКОСТЕННЫЙ РЕЗЕРВУАР – ЖИДКОСТЬ» В СВЯЗАННОЙ ПОСТАНОВКЕ .....	132
3.5.1. Описание расчетных КЭ-моделей .....	134
3.5.2. Параметры расчетов.....	136
3.5.3. Результаты расчетов .....	136
3.5.4. Анализ результатов и выводы .....	144
3.6. ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 3 .....	145
<b>ГЛАВА 4. АПРОБАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ АДАПТИВНОЙ МЕТОДИКИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СТРОИТЕЛЬНОЙ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ .....</b>	<b>146</b>
4.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ РАСЧЕТНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ .....	146
4.2. ОПИСАНИЕ РАСЧЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ РЕЗЕРВУАРА РВСПА-500000 .....	151
4.2.1. КЭ-модели системы «тонкостенные днище, стенка, ребристая крышка с понтонном – вязкая жидкость» .....	151
4.2.2. Параметры расчетов.....	153
4.3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ РЕЗЕРВУАРА РВСПА-50000 .....	157
4.3.1. Собственные частоты и формы резервуара – пустого и с жидкостью (нефтью) .....	157
4.3.2. Результаты расчета резервуара без понтона на гидростатическую нагрузку с учетом собственного веса и снега .....	161
4.3.3. Результаты динамического расчета системы «тонкостенные днище, стенка, ребристая крышка без понтона – вязкая жидкость (тяжелая нефть)» с учетом 8-балльного сейсмического воздействия.....	165
4.3.4. Результаты динамического расчета системы «тонкостенные днище, стенка, ребристая крышка с понтонном – вязкая жидкость (тяжелая нефть)» с учетом 8-балльного сейсмического воздействия.....	172
4.3.5. Сопоставление с результатами расчетов по нормативно-аналитической методике .....	178
4.4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ .....	182
4.5. ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 4 .....	184
<b>ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ .....</b>	<b>186</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	<b>188</b>

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Задачи взаимодействия конструкций и сооружений с жидкостью/газом (Fluid-Structure Interaction (FSI)) представляют большой и неослабевающий интересны в науке, промышленности, биомедицине и других приложениях. Предпосылкой для подробного изучения природы аэрогидроупругости и поиска методов решения связанных задач применительно к строительной области послужил ряд трагических случаев обрушения (США, Такомакский мост, 1940 г; Англия, градирни ТЭС Феррибридж, 1965 г. и др.) и опасных колебаний (например, Волгоградский мост, 2010 г.) конструкций в результате возникновения аэродинамической неустойчивости, а также разрушения конструкций после сейсмического воздействия в результате взаимодействия с жидкостью (например, резервуаров в Японии, г. Кобе, 1995 г., г. Томакомай; 2003 г.).

Основная сложность моделирования при этом заключается в необходимости получения совместного согласованного решения уравнений динамики конструкции и уравнений движения жидкости/газа. За последние десятилетия разработано большое количество аналитических и полуэмпирических методов. Однако, данные методы преимущественно применимы для узкого класса задач с простейшей геометрией и рядом ограничений, накладываемых на постановку задачи и граничные условия. В то же время, для решения практических (промышленных) задач требуется учитывать произвольную геометрию и граничные условия. Поэтому, одним из основных и, по сути, безальтернативным сегодня подходом для решения этих сложных задач является численное моделирование.

При этом связанные трехмерные динамические задачи аэрогидроупругости, характерные и научно значимые для весьма разнородных технических приложений (колебания мостов и гибких строительных конструкций в ветровом потоке, совместные гидроупругие колебания резервуаров с жидкостью

при сейсмических воздействиях и др.), по сей день весьма далеки от своего исчерпывающего решения и требуют научно-методических и программно-алгоритмических разработок и исследований.

**Целью диссертационной работы,** в связи с вышеизложенным, является разработка эффективной адаптивной методики численного моделирования трехмерных динамических задач строительной аэрогидроупругости.

Для достижения поставленной цели решались следующие **задачи:**

1. Аналитический обзор существующих отечественных и зарубежных нормативных, экспериментальных и теоретических подходов решения заявленной проблемы.

2. Классификация значимых задач строительной аэрогидроупругости с позиции как физики явлений, так и математических/численных подходов их моделирования.

3. Обоснованный выбор наиболее эффективных и альтернативных современных математических моделей, численных методов и программных реализаций как основы разрабатываемой адаптивной методики.

4. Верификация и «настройка» параметров разработанной методики на представительном наборе тестовых задач, имеющих аналитическое, экспериментальное и (или) альтернативное численное подтверждение.

5. Выбор, на основе выполненной верификации, практически реализуемых постановок трехмерных связанных задач аэрогидроупругости.

6. Апробация и подтверждение работоспособности адаптивной методики на реальном объекте с сильным проявлением трехмерных динамических эффектов аэрогидроупругости.

**Научная новизна работы:**

1. Разработана и верифицирована адаптивная методика численного моделирования, гибко настраиваемая на объект и задачи исследования аэрогидроупругих колебаний в двумерной и трехмерной постановках, с использованием альтернативных современных подходов математического

моделирования поведения жидкости/газа и конструкций, численно реализованных на основе междисциплинарных («тяжелых») программных комплексов.

2. На выполненной многопараметрической верификационной задаче (известный в «общемировой» исследовательской практике тест BARC с объемным обтеканием прямоугольной призмы) показано, что реализация альтернативных моделей турбулентности даже при самой подробной дискретизации приводит к значимому разбросу в определении пульсационной составляющей аэродинамического давления и пространственно-временных характеристик потока. Этот вывод, согласующийся с результатами численного и экспериментального моделирования ведущих зарубежных авторов, определил и выбор моделей и методов дальнейших исследований связанных задач аэрогидроупругости.

3. На связанной динамической верификационной задаче аэрогидроупругости (известный в мировой практике тест – большие колебания гибкой упругой балки в спутном следе за жестким цилиндром) оптимизированы параметры дискретных моделей и методов расчета, обеспечившие близость полученных результатов к «эталонным» данным в значимом диапазоне характеристик потока.

4. На серии верификационных задач гидроупругости, имеющих теоретическое и экспериментальное эталонные решения, показано соответствие и обоснованы диапазоны применимости альтернативных численных подходов моделирования жидкости со свободной поверхностью при кинематических динамических воздействиях.

5. Для практически важной и конструктивно сложной реальной системы «тонкостенный резервуар с понтоном – нефтепродукты» емкостью 50 000 м<sup>3</sup> по разработанной адаптивной методике впервые смоделированы и проанализированы в связанной гидроупругой постановке динамическое напряженно-деформированное состояние конструкции резервуара и волнообразование на поверхности жидкости при 8-балльном сейсмическом воздействии, заданном акселерограммой землетрясения.

**Практическая значимость работы.** Разработанная, верифицированная и апробированная адаптивная методика численного моделирования обеспечивает новый, востребованный современной практикой уровень расчетного анализа связанных динамических аэрогидроупругих инженерных систем в важных строительных приложениях (мостовые и гибкие общестроительные конструкции, градирни АЭС и ТЭС, тонкостенные резервуары с жидкостью). Результаты выполненных расчетных исследований динамики гидроупругой системы «тонкостенный резервуар с понтоном – жидкость» большой емкости при сейсмическом воздействии могут быть использованы для оптимизации параметров несущих конструкций и организации адекватной системы их мониторинга. Решенные верификационные задачи могут быть положены в основу процедуры верификации программных комплексов в системе Российской академии архитектуры и строительных наук (РААСН).

**Внедрение:**

– Представленные результаты диссертации использованы в научно-исследовательских работах ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО», Научно-образовательном центре компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) МГСУ и ООО «ГК Техстрой».

– Разработанная адаптивная методика применялась при выполнении работ по аналитическому подтверждению принятых решений по технологии регистрации событий оборудованием САОР после сейсмического воздействия для реальных конструкций резервуаров РВС-5000 (с водой) и РВСПА-50000 (с нефтью).

– Разработанная методика и результаты верификационных исследований используются в практике обучения студентов кафедры «Информатика и прикладная математика» ФГБОУ ВПО «МГСУ» по дисциплине «Вычислительная гидрогазодинамика».

**Личный вклад соискателя** в решение исследуемой проблемы заключается в обоснованной конкретизации задач исследования, обобщении, систематизации и развитии теоретических составляющих исследуемых вопросов,



а также разработке и апробации методики численного моделирования. Соискателем самостоятельно получены, интерпретированы и апробированы основные результаты исследования.

**На защиту выносятся:**

– классификация значимых задач строительной аэрогидроупругости с позиций физики явлений и математических/численных подходов их моделирования;

– разработанная адаптивная методика решения связанных динамических задач строительной аэрогидроупругости, программно реализующая альтернативные современные подходы математического моделирования и численные схемы, гибко настраиваемая на объект и задачу исследования;

– результаты численного решения серии представительных верификационных задач, показавшие возможности и ограничения предложенной методики и ее программно-алгоритмических составляющих, обоснованные рекомендации по выбору основных параметров методики;

– результаты расчета динамического расчета реальной гидроупругой системы «тонкостенный резервуар с понтоном - нефть» при сейсмическом воздействии, заданном акселерограммой, с анализом выявленных эффектов взаимодействия жидкости с оболочкой и понтоном.

**Достоверность полученных результатов** и обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций обеспечивается:

– корректностью постановки задач в рамках теоретических предпосылок строительной механики, механики деформируемого твёрдого тела и жидкости/газа;

– обоснованностью алгоритмов расчёта с применением апробированных численных методов механики сплошной среды, реализованных в верифицированных программных комплексах, в том числе при хорошо согласуемом решении тестовых задач;

– согласованностью полученных результатов с альтернативными численными и экспериментальными данными, а также применением апробированных программных комплексов для численной реализации решений.

**Апробация работы.** Результаты работы докладывались и обсуждались на вузовских, всероссийских и международных научных конференциях:

– III Международный симпозиум: Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений / ЮРГТУ (НПИ). – г. Новочеркасск, 2010 г.

– IV Международная научно-практическая конференция «Теория и практика расчета зданий, сооружений и элементов конструкций. Аналитические и численные методы», посвященная 100-летию со дня рождения Алексея Руфовича Ржаницына, г. Москва, 29 июня 2011 г.

– IX Всероссийская научно-практическая и учебно-методическая конференция «Фундаментальные науки в современном строительстве», г. Москва, 30 марта 2012 г.

– IV Международный симпозиум «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений», г. Челябинск, 19-22 июня 2012 г.

– 25-я Международная конференция «Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов» BEM&FEM, г. Санкт-Петербург, 23-26 сентября 2013 г.

– 1-я Международная конференция «Technological Innovations in Nuclear Civil Engineering» (TINCE-2013), Франция, г.Париж 28-31 октября 2013 г.

– III международная научно-технической конференция молодых ученых, аспирантов и студентов «Высокие технологии в современной науке и технике», г.Томск, 26-28 марта 2014 г.

– XI Всероссийская научно-практическая и учебно-методическая конференция «Фундаментальный науки в современном строительстве», г. Москва, 31 марта 2014 г.

– III Международная научная конференция «Задачи и методы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» («Золотовские чтения»), г. Москва, 15 апреля 2014 г.

– V Международный симпозиум РААСН «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений», г. Иркутск, 1-6 июля 2014 г.

– 11-й Всемирный конгресс вычислительной механики «11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI), 5th European Conference on Computational Mechanics (ECCM V), 6th European Conference on Computational Fluid Dynamics (ECFD VI)», Испания, г. Барселона, 20-25 июля 2014 г.

– XXIV Российско-Польско-Словацкий семинар «Теоретические основы строительства», Польша, г. Вроцлав, 23-28 августа 2014 г.

– на регулярных научных семинарах кафедры ИПМ и НОЦ компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов МГСУ и Научно-исследовательского центра СтаДиО (под руководством члена-корреспондента РААСН А.М. Белостоцкого).

**Публикации.** Основные результаты диссертации изложены в 25 работах, из них 13 опубликованы в изданиях перечня ВАК.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы (146 наименования, в том числе – 92 на иностранных языках), 91 рисунков и 29 таблиц.

Во **введении** приводится обоснование актуальности работы, определены проблемы, цели и задачи исследований, перечислены основные научные и практические результаты, кратко изложено содержание диссертации по главам.

**В первой главе** дается аналитический обзор существующих отечественных и зарубежных инженерных методик оценки аэродинамической неустойчивости строительных конструкций и динамического поведения системы «сооружение – жидкость». Перечислены особенности реализации экспериментальных исследований по объявленной теме. Представлен библиографический обзор исследований в области математического

моделирования задач аэрогидроупругости и аналитический обзор существующих подходов и методов математического и численного моделирования рассматриваемого класса задач.

**Вторая глава** посвящена описанию разработанной адаптивной методики численного моделирования трехмерного динамического взаимодействия сооружения с жидкостью. Приведена классификация значимых задач строительной аэрогидроупругости с позиции как физики явлений, так и математических/численных подходов их моделирования. Представлена математическая формулировка наиболее эффективных и альтернативных современных подходов математического моделирования, численных методов и программных реализаций как основы разработанной адаптивной методики.

**Третья глава** посвящена верификации и «настройке» разработанной методики на представительном наборе тестовых задач, имеющих теоретическое и экспериментальное эталонные решения. Представлены и проанализированы результаты верификационных многовариантных расчетных исследований. На основе выполненных верификационных исследований обоснованы диапазоны применимости альтернативных численных подходов моделирования динамического поведения жидкости/газа и сооружения в связанной аэрогидроупругой постановке.

**В четвертой главе** представлена апробация методики на реальной гидроупругой системе «тонкостенные днище, стенка переменного сечения, ребристая крышка, понтон – вязкая жидкость (тяжелая нефть)» при действии статических нагрузок (собственный вес, снеговая нагрузка и гидростатическое давление) и горизонтального сейсмического воздействия (заданного синтезированной 8-балльной акселерограммой для района площадки строительства резервуара с использованием альтернативных численных подходов. На основе полученных результатов расчетных исследований показана эффективность разработанной адаптивной методики.

## ГЛАВА 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

### 1.1. Общие положения

Аэрогидродинамика сооружений охватывает аэрогидромеханику и аэрогидроупругость. Аэрогидромеханика изучает аэрогидродинамические силы, действующие на конструкции при обтекании их потоком. Аэрогидроупругость – поведение конструкций в потоке, реакцию сооружений и/или их отдельных элементов на действие потока при возможном существенном влиянии потока на деформирование конструкции и деформированной конструкции на структуру потока. Разнообразие явлений, влияние различных физических и геометрических факторов на их возникновение и условия существования, а также влияние самих явлений на надежность конструкций, обтекаемых потоком жидкости или газа, ставят проблему аэрогидродинамической устойчивости сооружений и конструкций в число важных и в научном, и в прикладном значении. [28]

Анализ поведения конструкции в потоке обнаруживает наряду со статическими деформациями изгиба в плоскости действия потока и бокового выпучивания из этой плоскости большое разнообразие явлений аэрогидроупругой статической и динамической неустойчивости. Они обусловлены формой поперечного сечения, конфигурацией сооружения и его ориентацией относительно направления потока, упругими и демпфирующими свойствами конструкций, структурой потока и другими обстоятельствами. Эти явления связаны с определенным типом колебаний и заслуживают особого внимания с точки зрения механизма их возникновения. В то же время они представляют серьезную опасность для надежности и долговечности конструкций, а также для пребывания человека на этих конструкциях. Среди них наиболее известны колебания вихревого возбуждения (например, ветровой резонанс), галопирование поперек потока, галопирование в спутной струе, дивергенция, флаттер и реакция на бафтинг при наличии самовозбуждающихся сил. [28, 44]

Следует особо отметить актуальность задач движения тела конечных размеров в жидкости, задач гидродинамики судна, задач строительства сооружений береговой защиты, а также возросший в последнее время интерес к моделированию связанных систем, в частности систем типа «сооружение – жидкость» [30]. Например, наличие жидкости в резервуаре приводит к изменению собственных частот и форм колебаний конструкции по сравнению с колебаниями в пустоте, дополнительному гидродинамическому давлению на стенки и дно резервуара, причем для тонкостенных резервуаров гидродинамический расчет может оказаться основным, поскольку масса заполняющей жидкости значительно превосходит массу самого резервуара. В некоторых случаях необходимо также оценить и высоту возникающей при колебаниях поверхностной волны (во избежание выплеска из резервуара, удара в крышку, обнажения погруженных в жидкость элементов оборудования и т.п.).

## **1.2. Обзор инженерных методик решения задач аэрогидроупругости**

### ***1.2.1. Обзор отечественной и зарубежной нормативной базы в области оценки аэродинамической неустойчивости***

Развитие отечественной нормативной базы аэростатических и аэродинамических расчетов связано с именами таких ученых, как М.Ф. Барштейн [5], Б.Г. Коренев [5, 48], М.И. Казакевич [28], Н.А. Попов [39, 40, 41, 50], В.И. Травуш [50], В.Н. Гордеев [18], А.В. Перельмутер [18] и др.

С использованием работ Давенпорта (1962–1967) [74, 75] ныне действующая нормативная методика определения ветровых нагрузок на здания и сооружения разработана в начале 70-х годов в ЦНИИСК им. Кучеренко [45]. В 1978 году М.Ф.Барштейном [5] подготовлено «Руководство по расчету зданий и сооружений на действие ветра». В 1984 году под общей редакцией Б.Г.Коренева издан справочник «Динамический расчет зданий и сооружений» [48]. В этом же году на русский язык была переведена книга Э.Симиу и Р.Сканлана «Воздействие ветра на здания и сооружения»[44]. При выпуске СНиП 2.01.07-85 «Нагрузки и воздействия» [46] методика оценки динамической реакции сооружений на

действии ветра была заметно упрощена. В 2000 году Н.А.Поповым разработаны «Рекомендации по уточненному динамическому расчету зданий и сооружений на действие пульсационной составляющей ветровой нагрузки» [39]. В 2001 г. вышла актуализированная версия [46] – СНиП 2.01.07-85\* «Нагрузки и воздействия» [47], в 2007 г. выпущена актуализированная версия [40]. Методика расчета ветровых нагрузок существенных изменений не претерпела.

Отечественные нормы [40, 47] требуют, чтобы при проектировании высоких и большепролетных сооружений, относительные размеры которых удовлетворяют условию  $h/d > 10$ , необходимо дополнительно производить поверочный расчет на вихревое возбуждение (ветровой резонанс); здесь  $h$  – высота/пролет сооружения,  $d$  – минимальный размер поперечного сечения, расположенного на уровне  $-\frac{2}{3}h$ . Правда, способы выполнения таких проверок не приводятся. Не говорят они и о проверках на возникновение автоколебаний, в отличие от, например, Еврокода 1 [80], нормативных документов Беларуси [49], Японии [56] и др., в которых рассматриваются также галопирование, дивергенция и флаттер и приводятся рекомендации для всех этих случаев колебаний поперек потока [18]. В 2011 г. ОАО «НИЦ «Строительство» (ЦНИИСК им. Кучеренко) выпущено «Национальное приложение к Еврокоду 1», в т.ч. к части EN 1991-1-4 (Основные воздействия – Ветровые воздействия), содержащее упомянутые явления [41].

### ***1.2.2. Существующие нормативные методики оценки динамического поведения системы «сооружение – жидкость»***

Проблема адекватного моделирования поведения связанных систем «сооружение – жидкость» имеет давнюю и весьма содержательную историю. Первые результаты исследований в этом направлении восходят к трудам Вестергарда (Westergaard Н.М.) 1931 года [142], посвященным двумерной задаче сейсмического расчета системы «плотина – водохранилище» (прикладывалась горизонтальная сейсмическая нагрузка). При помощи аналитических методов

Вестергард получил распределение давлений в жидкости и на границе контакта плотины с водохранилищем. В частности, им было установлено, что силы взаимодействия пропорциональны сейсмическим ускорениям и, таким образом, могут приближенно моделироваться с использованием массовой плотности, распределенной по параболическому закону по высоте плотины. Такого рода подход, получивший название метода присоединенной массы, позволяет проводить вполне корректное расчетное обоснование связанной системы «сооружение – жидкость», и получаемые при этом результаты хорошо согласуются данными, получаемыми по другим, гораздо более современным и «продвинутым» подходам для достаточно жестких сооружений. Ввиду наличия присоединенной массы собственные частоты связанной системы «плотина – водохранилище», подверженной сейсмическим воздействиям, существенно ниже собственных частот собственно самой плотины. Вместе с тем, при таком подходе не учитываются процессы затухания, обусловленные излучением, и диссипация энергии, по сути, вызвана демпфированием самой конструкции плотины. Тем не менее, именно метод присоединенной массы, ввиду своей относительной простоты и наглядности, является даже в настоящее время наиболее популярным при моделировании поведения соответствующих связанных систем.

Как уже отмечалось, резервуары с жидкостью достаточно широко применяются на промышленных объектах. Они могут отличаться по конструктивному исполнению, технологическому назначению, условиям эксплуатации, располагаться на грунте или на одной из отметок здания и т.д., но все они могут быть объединены методами расчета на сейсмическое воздействие, поскольку при проведении такого рода расчетов в обязательном порядке должно учитываться влияние жидкости. Следует еще раз подчеркнуть, что наличие жидкости приводит к изменению собственных частот и форм колебаний конструкции по сравнению с колебаниями в пустоте, дополнительному гидродинамическому давлению на стенки и дно резервуара, причем для тонкостенных резервуаров гидродинамический расчет может оказаться основным, поскольку масса заполняющей жидкости значительно превосходит массу самого



резервуара. В некоторых случаях необходимо также оценить и высоту возникающей при колебаниях поверхностной волны (во избежание выплеска из резервуара, удара в крышку, обнажения погруженных в жидкость элементов оборудования и т.п.). Таким образом, задача сводится к расчету различных гидроупругих систем, моделирующих резервуар, на сейсмическое воздействие, заданное акселерограммами или спектрами отклика. В настоящее время имеется обширная литература по динамике и сейсмостойкости резервуаров, применяющихся в самых различных областях техники.

Основная часть имеющихся гидродинамических решений получена для недеформируемых резервуаров простейшей геометрической формы (круговой цилиндр, прямоугольный параллелепипед и т.п.) применительно к малым колебаниям идеальной несжимаемой жидкости со свободной поверхностью. Если такой резервуар жестко закреплен, то эти решения сразу дают необходимые для его расчета гидродинамические величины: давления на стенки и дно, высоту поверхностной волны. Их получение является необходимым этапом и при учете упругой податливости резервуара, т.е. при решении задачи гидроупругости. Для распространенной расчетной модели недеформируемого резервуара на податливой опоре (при наличии свободной поверхности жидкости) расчет на спектры отклика производится в следующем порядке:

- определение собственных частот системы «резервуар – опоры» с учетом присоединенной массы жидкости (в первом приближении на данном этапе можно включить ее полную массу);
- вычисление инерционных и гидродинамических (т.е. сейсмических) нагрузок на стенки, дно и опорную конструкцию;
- проверка прочности самого резервуара и его опор при действии статических и сейсмических нагрузок;
- оценка высоты волны, возникающей в резервуаре.

Классические формулы для определения сейсмического гидродинамического давления и высоты волны в жестких резервуарах, имеющих

форму параллелепипеда и прямого кругового цилиндра с вертикальной осью развернуто представлены в [14].

### **1.3. Экспериментальные исследования задач аэрогидроупругости**

#### ***1.3.1. Особенности аэродинамических исследований***

При проектировании уникальных строительных конструкций (гибких мостовых конструкций, высотных и большепролетных сооружений и др.) ряд вопросов, связанных с их обтеканием, зачастую решают экспериментальным путем. Так как натурные испытания сооружений сложны и трудоемки в связи с громоздкостью реальных конструкций и невозможностью в натуральных условиях искусственно воспроизвести атмосферные состояния, то в основу расчета реальных сооружений положено широкое использование испытания моделей в лабораторных условиях – аэродинамических трубах (АДТ).

Аэродинамический эксперимент должен так моделировать явление обтекания воздушным потоком реального сооружения, чтобы можно было перенести на натуру аэродинамические характеристики (аэродинамические силы и моменты, ветровое давление на поверхности модели, линейные перемещения и углы поворота модели), полученные при эксперименте. Т.е. должно выполняться геометрическое, кинематическое и динамическое подобие – полное подобие, что практически чрезвычайно трудно реализуемо. В силу различной природы сил, действующих в газообразной среде, допускается рассмотрение частичного динамического подобия для каждой категории сил (веса, давления, трения).

Следует отметить, что моделирование сооружений со значительным удлинением встречает определенные трудности, и для изучения аэродинамических характеристик используются секционные модели вместо масштабных, последние из которых представляют собой уменьшенную копию реального сооружения с учетом ее конструктивной формы и способов закрепления. Например, исследование динамической аэроупругости висячих мостов с использованием масштабной модели требует создания специальных аэродинамических тоннелей с широкой прямоугольной или эллиптической

рабочей частью [28]. Хотя для решения ряда задач вполне удовлетворяют испытания секционных и мелкомасштабных моделей.

Также при экспериментальном исследовании динамической аэроупругости сооружений уделяют особое внимание удовлетворению условий, обуславливающих степень свободы движения модели, адекватную реальному сооружению (расчетная схема, жесткостные и массовые характеристики, способы опирания и др.).

Воздействие потока на тело зависит от таких характеристик, как вязкость, упругость, вес газа и т. д. В случае когда обтекание тела зависит в основном от вязкости среды, частичное подобие модели и натуры осуществляется по числу Рейнольдса  $Re$ . При исследовании колебательных и периодически повторяющихся процессов в потоке необходимо обеспечить критерий подобия по числу Струхала  $Sh$ . Моделирование упругих свойств тел требует соблюдения критерия подобия Коши  $Ca^*$ . Однако, возникает затруднение в одновременном обеспечении одинаковых чисел Рейнольдса  $Re$ , Струхала  $Sh$  и Коши  $Ca^*$  для модели и натуры. Поэтому существуют различные приемы, учитывающие специфику задач, важность тех или иных свойств атмосферы, параметров элементов конструкций и прочие факторы. Например, повышают давление и другие параметры рабочей среды в АДТ, а также увеличивают турбулентность потока в трубах. [28]

Исследованиями в области экспериментальной оценки аэродинамических характеристик строительных сооружений и конструкций занимались отечественные и зарубежные ученые и специалисты, такие как: Н.А. Попов [39, 40, 41, 50], М.И. Казакевич [28], М.А. Березин [13], Б.В. Остроумов [38], А.Б. Айрапетов [1], С.В. Гувернюк [16], В.Г. Гагарин [16], С.Г. Кузнецов [20], С.М. Горлин [19], A.G. Davenport [74, 75], A. Kareem [141], B. Blocken [65], B.J. Geurts [67] и др.

### ***1.3.2. Особенности исследований системы «сооружение – жидкость»***

Определить параметры прочности системы «сооружение – жидкость» наиболее точно позволяет промышленный натурный эксперимент. При этом, как

правило, требуется довести конструкцию до предельного состояния, что нередко сопровождается потерей устойчивости. И, как следствие потерей сотен тонн расходного материала, например, для системы «резервуар – жидкость» – металлоконструкций. Следует отметить что для проведения экспериментального исследования в натурную величину такого рода задач требуются значительные материальные и трудовые затраты. А также, в силу ряда причин, связанных с возникновением технических трудностей реализации различных видов нагружений экспериментальной системы и измерением контролируемых параметров, промышленные эксперименты немногочисленны, а их результаты не могут быть в полной мере использованы при разработке нормативной документации. [51]

В связи с этим метод модельных испытаний систем «сооружение – жидкость» вызывает наибольший интерес благодаря своей доступности и возможности выполнения серии экспериментов в более короткие сроки. Но, например, возможность исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) таких конструкций как тонкостенные резервуары при динамическом воздействии на систему «резервуар – жидкость» на масштабных моделях остается под вопросом в силу ряда причин, связанных с осуществлением подобия экспериментальной модели реальной системе. Наиболее веские из этих причин перечислены ниже:

- практически невозможное обеспечение соотношения частотных характеристик металлических конструкций резервуара и жидкости на модельных задачах;
- наличие сложностей при создании экспериментальной модели, одновременно адекватно отражающей вопросы прочности и устойчивости;
- трудновыполнимость осуществления экспериментального моделирования методом простого подобия, т.к. в этом случае следует применить сверхтяжелую жидкость, плотностью не менее  $50000 \text{ кг/м}^3$ , что в 50 раз больше плотности воды.

Задачами, связанными с экспериментальным моделированием системы «сооружение – жидкость», занимались отечественные и зарубежные ученые и специалисты, такие как: В.Л. Березин [11], В.Е. Шутов [11], Mohammad Ali Goudarzi [113], P. Pal [125], L. Khezzar [97] и др.

#### **1.4. Математическое моделирование поведения жидкости/газа и сооружений/конструкций в связанной постановке**

##### ***1.4.1. Обзор исследований в области математического моделирования задач аэрогидроупругости***

Задачи взаимодействия конструкций и сооружений с жидкостью/газом (Fluid-Structure Interaction (FSI)) широко распространены в науке, промышленности, медицине. Основная сложность моделирования при этом заключается в необходимости получения совместного согласованного решения уравнений динамики конструкции и уравнений движения жидкости/газа. За последние десятилетия разработано большое количество аналитических и полуэмпирических методов. Однако, данные методы преимущественно применимы для узкого класса задач с простейшей геометрией и рядом ограничений, накладываемых на постановку задачи и граничные условия. В то же время, для решения практических (промышленных) задач требуется учитывать сколь угодно сложную геометрию и граничные условия [8, 25, 66]. Поэтому, одним из основных и наиболее перспективных методов для решения задач является численное моделирование.

Вообще, задачи моделирования поведения связанных систем являются предметом давнего интереса как со стороны ученых-исследователей, так и инженеров-проектировщиков в самых разных приложениях (гидродинамика, аэродинамика, автомобилестроение (аквапланирование автомобильной шины), кораблестроение (движение судна), машиностроение (движение масла через уплотнители, деформации лопаток турбины в потоке) промышленное и гражданское строительство [7, 9], медицина, биомеханика (работа сердца, описание циркуляции крови, проектирование микромеханических устройств и т.д.

[94]) и др.). Исследованию процессов взаимодействия твердых и упругих тел с жидкостью посвящены работы многих отечественных и зарубежных ученых, среди которых, в частности, Горшков А.Г. [21], Гришанина Т.В. [24], Зиновьева Т.В. [27], Коробкин А.А. [99], Лавров Ю.А. [31], Модорский В.Я. [36], Морозов В.И. [21], Филиппенко Г.В. [52], Шишаева А.С. [54], Шклярчук Ф.Н. [21, 24], Greenhow M. [89], Lin W.M. [89], Shao S. [133], Wagner R. [140] и др.

Как известно, важнейшая в аэродинамике проблема флаттера крыла неразрывно связана со сложными явлениями взаимодействия граничного слоя и срыва потока. Важность корректного и высокоточного расчетного обоснования флаттера при моделировании поведения крыльев самолета и лопаток турбин авиационных двигателей отмечалась, в частности, в работе [71]. Динамические отклики перемещаемых резервуаров для хранения топлива с перегородками, гасящими движение жидкости, исследовались в статье [72]. Нелинейная постановка задачи моделирования системы «конструкция – жидкость» использовалась при определении аэроупругих параметров известного истребителя F-16 [81]. В работе [90] изучалась потеря аэроупругой устойчивости, возникающая в современных ветряных турбинах в связи с появлением вибраций, обусловленных срывом потока с лопастей и возникновением классического явления флаттера лопастей.

После широко известного случая изгибно-крутильного флаттера, в результате которого произошло обрушение висячего моста через реку Такома (США, 7 ноября 1940 г.), вопросу аэродинамической устойчивости большепролетных висячих мостов стали уделять особое внимание [28, 34, 55]. Еще одним ярким примером и предпосылкой для многих научных работ [4, 24 и др.], посвященных исследованию аэродинамической устойчивости гибких сооружений и элементов конструкций (стволы, кабели, трубы), расположенных в ряд или группой, послужило обрушение 3-х градирен из 8-ми на ТЭС Феррибридж (Англия, 1 ноября 1965 г).



Рис. 1.1. Слева: обрушение Такомского моста 7.10.1940 г. Последствия в результате возникновения аэродинамической неустойчивости – *изгибно-крутильного флаттера*. Справа: обрушение градирен на ТЭС Феррибридж 1.11.1965 г. Последствия в результате возникновения аэродинамической неустойчивости – *автоколебания в аэродинамическом следе*

Зарубежные исследователи [112] убедительно обосновали необходимость рассмотрения связанной системы «сооружение – жидкость/газ» при моделировании поведения большепролетных мостов, высотных зданий, большеразмерных куполов, подверженных колебаниям, обусловленным ветровыми воздействиями, оценке аэродинамической устойчивости указанных объектов. Традиционно очень большое количество работ посвящается проблемам взаимодействия связанной системы «сооружение – основание – водохранилище» [7, 14, 26, 60, 142].

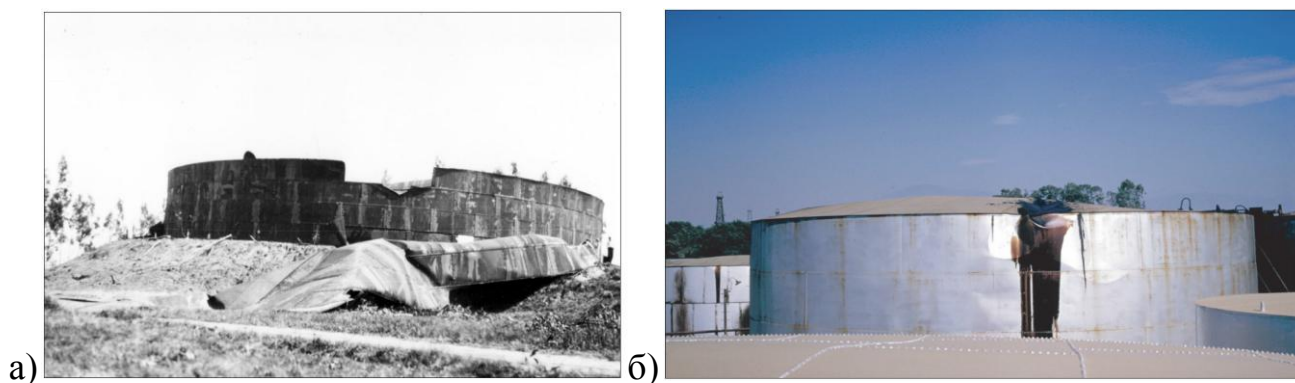


Рис. 1.2. Разрушение конструкций резервуара после сейсмического воздействия в результате взаимодействия с жидкостью, хранящейся в них:  
а) Long Beach, California, 1933 г; б) Kern Country, California, 1952 г.

### ***1.4.2. Обзор современных подходов математического описания движения среды***

При моделировании взаимодействия сооружения с жидкой или газообразной средой (в дальнейшем описании – «жидкость») поведение последней описывается классическими уравнениями Навье-Стокса. При этом считается, что как ламинарные, так и турбулентные течения подчиняются этим уравнениям. Традиционно для математической формулировки основных уравнений гидрогазодинамики используются следующие постановки (описания движения среды): постановка Лагранжа (подход Лагранжа), постановка Эйлера (подход Эйлера) и так называемая произвольная постановка Лагранжа-Эйлера (Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation (постановка ALE)).

#### ***1.4.2.1. Постановка Эйлера***

Постановка Эйлера основана на изучении параметров движения сплошной среды в каждой фиксированной точке пространства в различные моменты времени. Внимание наблюдателя как бы фиксируется не на самих частицах среды, а на точках пространства, через которые они проходят. Иными словами, методы, основанные на подходе Эйлера, используют стационарную, чаще всего регулярную сетку, сквозь которую движутся частицы (малые объемы) сплошной среды, а все физические характеристики определяются в узлах данной сетки, т.е. они не связаны с конкретными материальными частицами, а в каждый момент времени являются характеристиками разных частиц, находящихся в данный момент в данной точке пространства. Методы этого класса позволяют рассчитывать задачи с большими деформациями и широко применяются для решения задач гидро- и газодинамики. Результаты, полученные с их помощью, обладают достаточно высокой точностью, досконально изучены и имеют хорошо проработанное теоретическое обоснование. Сложности применения методов данного класса к решению задач со свободными границами обусловлены заранее неизвестным положением свободной границы и вытекающими отсюда проблемами, связанными с постановкой граничных условий.



Численные реализации на основе постановки Эйлера встречаются относительно нечасто (по сравнению с постановкой Лагранжа и постановкой ALE). В этом отношении следует отметить разработки, предложенные в статьях [78], [104] и др.

#### *1.4.2.2. Постановка Лагранжа*

В соответствии с постановкой Лагранжа в начальный момент времени каждая из частиц рассматриваемой среды «маркируется» путем присвоения ей значений координат, а в дальнейшем прослеживается движение каждой частицы индивидуально – путем определения траектории, т.е. координат относительно начальных значений (такие координаты называют координатами (переменными) Лагранжа). Методы, основанные на подходе Лагранжа, используют подвижную сетку, представляющую собой дискретное представление (аппроксимацию) материальной среды. Узлы такой сетки жестко связаны ребрами и вместе с ними образуют ее ячейки (элементы). В этом случае сетка двигается и деформируется вместе со сплошной средой, при этом связи узлов сохраняются. Физические характеристики, определяемые в узлах сетки, являются характеристиками соответствующих частиц материальной среды. В отличие от подхода Эйлера, данная постановка позволяет легко отслеживать свободные границы и границы раздела, но также не лишена недостатков, наиболее значительный из которых – невозможность решать задачи с большими деформациями расчетной области, поскольку они приводят к значительным деформациям расчетной сетки вплоть до пересечений границ (ребер) ячеек, что, в свою очередь, влечет за собой аварийное завершение соответствующего алгоритма (программно-алгоритмического комплекса).

#### *1.4.2.3. Произвольная постановка Лагранжа-Эйлера (Arbitrary Lagrangian – Eulerian (ALE) Formulation)*

Итак, при моделировании конструкций и сооружений, как правило, используется постановка Лагранжа, тогда как для жидкости – постановка Эйлера.

Кроме того, в настоящее время широкое распространение получили связанные постановки ALE (подход ALE) [78] для жидкости в сочетании с постановками Лагранжа для конструкций и сооружений.

Как следует из названия, подход ALE [122] относится к комбинированным лагранжево-эйлеровым методам. В данном методе используется сетка, которая может двигаться произвольно, т.е. она не остается фиксированной, как эйлерова сетка, но и не подчиняется законам движения лагранжевой сетки, как, например, в методе конечных элементов (Finite Element Method (FEM); МКЭ), откуда и слово «произвольный» (arbitrary) в названии метода. Алгоритм рассматриваемого подхода разбивается на три основных этапа [105]: первый этап – перемещение сетки, второй этап – перестройка (актуализация) сетки, третий этап – интерполяция значений со старой сетки на новую. Удобство данного подхода заключается в том, что можно перестраивать сетку лишь в тех местах, где это необходимо, например, там, где лагранжева сетка сильно деформирована (что само по себе могло бы повлиять на точность получаемых результатов, либо и вовсе способствовать аварийному завершению работы алгоритма и/или соответствующего реализующего программно-алгоритмического комплекса). Недостатком подхода является наличие процедуры интерполяции, которая способствует сглаживанию результатов. Кроме того, для отслеживания свободных поверхностей и границ раздела типа «жидкость – жидкость» и «жидкость – тело» сетка в подходе ALE вблизи них должна вести себя подобно обычной лагранжевой сетке, что в свою очередь приводит к общему недостатку сеточных лагранжевых методов – возможному перехлесту границ элементов. Данный метод часто используется для решения задач о взаимодействии жидкости с погруженными телами.

#### *1.4.2.4. Моделирование турбулентности*

Необходимо отметить, что практический интерес в различных технических сферах приложения (в частности, строительной гидрогазодинамики и

аэрогидроупругости) представляют задачи моделирования развитых турбулентных течений, протекающих при высоких числах Рейнольдса.

Ввиду исключительной сложности физической природы турбулентности, в частности ее стохастического трехмерного нестационарного характера и широкого спектра пространственно-временных масштабов, поиск приемлемых для практики форм математического описания турбулентных течений остается одним из насущных и актуальных вопросов, занимающих умы математиков и механиков.

Как уже упоминалось выше, на основе принятого допущения считается, что классические уравнения Навье-Стокса описывают турбулентные течения. Однако, аналитического решения в общем виде эти уравнения не имеют, а только лишь для некоторых частных случаев (обусловленных простой геометрией и низким числом Рейнольдса). Поэтому в остальных случаях прибегают к использованию численных методов.

Несмотря на стремительное развитие вычислительной техники, на сегодняшний день существует не достаточно возможностей и ресурсов для решения уравнений Навье-Стокса прямым численным методом (Direct Numerical Simulation, DNS) – без какого-либо предварительного осреднения. По приблизительным оценкам [17] возможность расчета одного варианта (на примере обтекания типичного гражданского самолета или автомобиля) в течение суток на самых мощных из доступных компьютеров методом DNS ( $10^{16}$  узлов расчетной сетки) появится к 2080 г. На компьютере с производительностью 1 терафлопс, время расчета составляет 5000 лет.

Поэтому на сегодняшний день, ввиду непрерывного поиска приемлемого сочетания физической адекватности и уровня сложности для практического применения, создано большое количество разнообразных моделей для расчёта турбулентных течений, отличающихся друг от друга сложностью решения и точностью описания течения. В таблице 1.1. приведена классификация современных, наиболее «употребительных» моделей турбулентности (в т.ч. по

докладам на 11-м Всемирном конгрессе вычислительной механики в Барселоне, 2014 г.).

Существуют следующие основные классы подходов моделирования турбулентности:

– Large Eddy Simulation, LES (моделирования крупных вихрей): этот метод является вторым по трудоемкости из существующих подходов после DNS. Его идея состоит в «фильтрации» характеристик турбулентного течения от коротковолновых неоднородностей – пространственном осреднении по областям с размерами порядка фильтра. Т.е. вихревые структуры с размерами, превышающими размеры фильтра, решаются «точно», а вихревые структуры меньших размеров моделируются «подсеточными» моделями турбулентности. [17, 57];

– Reynolds Averaged Navier-Stokes, RANS (Осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса): в основе этого метода лежит полуэмпирический подход, основанный на разложении скорости на осредненную во времени и пульсационную составляющие. В результате соответствующих преобразования уравнений Навье-Стокса появляются дополнительные неизвестные (т.н. сдвиговые «рейнольдсовы» напряжения). Система получается незамкнутой и требует дополнительных соглашений – «моделей турбулентности» [57];

– Detached Eddy Simulation, DES (метод моделирования отсоединенных вихрей): этот подход является комбинацией LES и RANS. Он заключается в том, что «отсоединенные» энергонесущие вихри, населяющие отрывные зоны, рассчитываются «точно» методом LES, а области присоединенных пограничных слоев описываются RANS моделями. [17, 57]

Таблица 1.1. Классификация моделей турбулентности

Класс		Модель		
RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes)	Linear Eddy Viscosity Model	Zero Equation Models (Algebraic Turbulence Models)	Cebeci-Smith (1967) Baldwin-Lomax (1978) Johnson-King (1985)	
		One Equation Models	Prandtl's one-equation model Baldwin-Barth (1990) Spalart-Allmaras (1992)	
		Two Equation Turbulence	<i>k-ε</i> models:	
			Standard <i>k-ε</i> (Launder и Spalding, 1974) RNG <i>k-ε</i> (Yakhot и Orszag, 1986) Realizable <i>k-ε</i> (Shih., 1995) LRN-LS (Launder и Sharma, 1974) LRN-JL (Jones и Launder, 1973) LRN-NT (Nagano и Tagawa, 1974) LRN-LB (Lam и Bremhorst, 1981)	
			<i>k-ω</i> models:	
			Wilcox <i>k-ω</i> (Wilcox, 1994) Baseline (BSL) <i>k-ω</i> (Menter, 1994) SST <i>k-ω</i> (Menter, 1994)	
	Nonlinear Eddy Viscosity Models	<i>v2-f</i> models:		
		$\overline{v^2} - f$ model (Laurence, 2004) $\zeta - f$ model (Popovac, 2004)		
	Reynolds Stress Models (RSM)	LRR (Launder-Reece-Rodi, 1975) SSG (Speziale-Sarkar-Gatski, 1991) Baseline (BSL) <i>k-ω</i> RSM EARS (Wallin и Johansson, 2000)		
	LES	Smagorinsky model (Smagorinsky, 1963) Algebraic Dynamic model (Germano, Lilly, 1991) WALE (Nicoud and Ducros, 1999)		
DES	DES-SA (Стрелец М.Х, 1999) DES-SST (Стрелец М.Х, 2001) DES (ASM) (Batten., 2002) DDES (Spalart P. R., 2006) IDDES (Shur M. L., 2008)			
Scale-Adaptive Simulation (SAS)	SAS-SST (Menter, Yegorov, 2005) SAS-DES (Menter, Yegorov, 2005)			

## 1.5. Численные методы моделирования поведения жидкости/газа и конструкций/сооружений

### 1.5.1. Методы пространственно-временной дискретизации

За последние десятилетия разработано большое количество численных методов, позволяющих моделировать поведение жидкости и газа с учетом их сложного нелинейного поведения при разнообразных граничных условиях.

Данные методы разделяются на два класса: *сеточные* и *бессеточные*.

Сущность *сеточных* методов может быть описана следующим образом. В области изменения независимых переменных вводится сетка – дискретная совокупность узловых точек. Вместо функций непрерывного аргумента рассматриваются конечномерные сеточные функции, значения которых задаются в узловых точках сетки. Все эти методы обладают одним общим недостатком. На каждом временном шаге сетка, на которой строится решение, не теряет свою узловую связность, что, в свою очередь, при больших деформациях жидкости может быстро приводить к ее вырожденности. [42]

Примерами *сеточных* численных методов моделирования поведения среды могут послужить:

- метод конечных элементов, МКЭ (FEM) [144, 145, 146];
- метод граничных элементов, МГЭ (BEM) [7, 10, 12];
- метод конечных разностей, МКР (FDM) [2, 64];
- метод конечных (контрольных) объемов, МКО (FVM) [43, 93];
- метод объема жидкости (VOF) [35, 93];
- метод частиц в ячейках (PIC) и его модификации [92, 94];
- метод маркеров и ячеек (Marker-and-Cell, MAC) [92];
- метод функций уровня (Level Set Method) [123, 132].

Известные (и отмеченные выше) недостатки сеточных методов, в особенности методов лагранжевой природы, способствовали появлению так называемых бессеточных методов, которые в последнее время получают все более широкое распространение. Несмотря на употребляемый термин «бессеточные»,

следует, тем не менее, понимать, что не все методы, относящиеся к этому классу, вообще не используют сетку при расчетах. Ввиду того, что строгого, устоявшегося определения бессеточных методов не существует, будем следовать терминологии, предложенной в монографии Liu G.R. [105] и определять бессеточные методы как методы, не требующие использования связанной сетки, по крайней мере, для построения функций формы. К таковым относятся в том числе и бессеточные методы, основанные на слабой форме уравнений, поскольку для ее интегрирования все же требуется наличие сетки. «Идеальным» же требованием к бессеточному методу является отказ от сетки на любом этапе численного решения задачи. К данному классу относятся методы, использующие дифференциальную форму соответствующих уравнений механики жидкости.

Основное отличие бессеточных методов от классических лагранжевых состоит в том, что сетка строится на каждом шаге по времени по новому набору узлов. Это означает, что, в процессе проведения вычислений, узлы расчетной области могут свободно перемещаться ввиду отсутствия между ними жестких топологических связей. Такой подход приводит к ряду преимуществ бессеточных методов перед традиционными сеточными при решении задач с большими деформациями расчетных областей [33]:

- отсутствует необходимость в применении сложных и ресурсоемких алгоритмов адаптации сетки, во избежание самопересечения ее ребер, что в обычных случаях приводит к аварийному завершению расчетов; отсутствует необходимость использования стандартной в таких случаях процедуры интерполяции, результатом которой является неизбежное понижение точности результатов;

- имеется возможность решать с заведомо более высокой точностью задачи с разрывами характеристик (параметров), ввиду того, что поверхность разрыва не должна проходить строго по границам элементов, как требуется в стандартном МКЭ;

– имеется возможность использования простых адаптивных процедур добавления и удаления узлов в локальных областях, поскольку в бессеточных методах такая процедура не влечет за собой нарушения связности сетки.

Перечислим наиболее распространенные численные методы, относящихся к классу *бессеточных*. Заметим, что при составлении предлагаемого обзора *бессеточных* методов использовались материалы работ [33, 63, 85, 105]:

- Метод Moving Least Squares (MLS) [102];
- Метод точечной интерполяции (PIM) и его модификации [106, 107];
- Методы класса Partition of Unity Methods (PUM) и hp-clouds [59, 111];
- метод Diffuse Element Method (DEM) [63, 120];
- Метод Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) [58, 85];
- Бессеточный метод конечных элементов [76] и метод естественных соседей [137];
- Метод частиц А.М. Франка [53];
- Метод сглаженных частиц (SPH) и его более поздние модификации (MLSPH, RKPM, MPS, ISPH и др.) [86, 87, 108].

Особое положение среди всех *бессеточных* методов занимает метод сглаженных частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH) и его более поздние модификации (MLSPH, RKPM, MPS, ISPH и др.)

Далее более подробно рассмотрены основные особенности наиболее популярных *сеточных* и *бессеточных* численных методов.

#### 1.5.1.1. Метод конечных элементов (МКЭ)

Метод конечных элементов получил существенное развитие начиная с середины прошлого века. Расчетная область в МКЭ в простейшем случае представляет собой сетку, узлы которой сохраняют между собой жесткие связи и двигаются вместе с материальной средой, а ячейки сетки в методе принято называть конечными элементами. Достоинства МКЭ заключаются в относительно несложном задании граничных условий, достаточно высокой точности,



возможности проследить всю эволюцию свободной границы и высокой степенью универсальности. К преимуществам метода также можно отнести наличие хорошо проработанной теоретической базы, большое количество доступной отечественной и зарубежной литературы как по теории метода, так и по его приложениям, широкий спектр решаемых с использованием МКЭ задач. Следует отметить, впрочем, что непродуманное применение метода может сделать невозможным проведение расчетов в областях со сложным поведением свободной поверхности ввиду перехлеста границ ячеек расчетной сетки за счет сильных деформаций расчетной области. Заметим также, что наиболее полное описание метода и его приложений для задач теории упругости и гидродинамики можно найти в трехтомной монографии, написанной Zienkiewicz O.C. и Taylor R.L. [144, 145, 146].

МКЭ в рамках постановки ALE широко применяется для задач со свободной поверхностью, подвижными границами, значительными деформациями и контактными взаимодействиями. Соответствующие исследования представлены также в работах [59, 60, 61, 72, 94, 63] и др. Целый набор публикаций связан с развитием методов и решателей для численного моделирования жидкости и (или) сооружения. Так, например, Cavagna L., Quaranta G., Ghiringhelli G.L. и Mantegazza P. в [70] сделали попытку разработки специальных алгоритмов и процедур для проведения аэроупругих расчетов с использованием стандартного программного обеспечения (CFD, FLUENT), в том числе в части корректного и эффективного решения задач аэроупругости при околосвуковых скоростях для современных промышленных объектов. Bletzinger K.-U., Wüchner R. и Kupzok A. [64] использовали закрытый конечноэлементный код (для конструкций, сооружения) в сочетании с программным комплексом CFD (CFX-5) (для жидкости) при моделировании легких и тонкостенных конструкций, испытывающих значительные деформации и подверженных мощным турбулентным потокам воздуха. Sigrist J.-F. и Garreau, S. [135] разработали эффективный численный метод моделирования поведения связанной системы

«сооружение – жидкость», интегрированный в программный комплекс ANSYS, причем для соответствующей конечноэлементной аппроксимации жидкости использовались конечные элементы с неизвестными узловыми давлениями (постановка в давлениях), тогда как для сооружения применялись модальные / спектральные методы.

#### *1.5.1.2. Метод конечных объемов (МКО)*

Классический метод конечных (контрольных) объемов (Finite Volumes Method (FVM); МКО) основан на интегральных законах сохранения [43, 93]. На первом этапе для любого конечного объема формулируется закон сохранения. Затем расчетная область покрывается сеткой, в узлах которой будут рассчитываться физические характеристики (параметры) моделируемого процесса. Далее выбираются контрольные объемы, чаще всего, с центрами в узлах расчетной сетки и границами, проходящими через центры ребер ячеек сетки. Для каждого полученного контрольного объема записывается дискретный аналог закона сохранения на основе баланса всех потоков через границы рассматриваемого объема. Метод конечных объемов в большинстве случаев позволяет получать консервативные схемы, допускает дискретизацию расчетных областей со сложной геометрией, а также позволяет строить более точные схемы вблизи границ области по сравнению с МКР. Эти достоинства метода обусловлены возможностью использовать нерегулярные сетки, равно как и контрольные объемы произвольной формы. Отличительной особенностью данного метода является то, что законы сохранения применяются на этапе построения численных схем, а не на более раннем этапе вывода дифференциальных уравнений, как, например, в МКР. Кроме того, физические законы сохранения выполняются не в предельно малых объемах (частицах) среды, а в конкретных конечных подобластях.

Заметим, что ряд специалистов отдают предпочтению МКО при аппроксимации жидкости и МКЭ при аппроксимации сооружения [88]. Shi X. и

Lim S.P. [134] успешно исследовали движение жидкости с помощью метода решетчатых уравнений Больцмана при одновременном применении МКЭ для описания поведения твердого тела. В рамках метода распределенных множителей Лагранжа (Distributed Lagrange Multiplier Method (DLM)) накладываются кинематические ограничения на сооружение или на фиктивную область, занимаемую жидкостью. В работе Lu X., Zhao Y., Huang X.Y., Xia G.H. и Su X.H. [109] выполнена дискретизация задачи Коши для уравнений динамики сооружений при этом поведение жидкости описывалось в рамках метода конечных объемов. В статье Xia G., Lin C.-L. [143] был предложен новый метод вихрей в ячейке в рамках неструктурированного МКО (Cell-Vortex Unstructured FVM), ориентированный на использование в динамике сооружений в части исследования отклика на движение жидкости (что, очевидно, является эффективной альтернативой традиционному МКЭ).

#### *1.5.1.3. Метод объема жидкости*

Для отслеживания (аппроксимации) свободной поверхности или контактных границ МКО может комбинироваться с методом объема жидкости (Volume of Fluid (VOF)). Метод VOF был разработан в Национальной лаборатории Лос-Аламоса (Los Alamos National Laboratory (LANL), США) в конце 70-х – начале 80-х годов прошлого столетия [93]. Одна из главных особенностей метода – возможность расчета течений в многосвязных областях с наличием разрывов характеристик и больших деформаций свободной поверхности. В данном методе в качестве маркера, позволяющего определять положение свободной поверхности, используется функция объемной концентрации среды в ячейке [35]. Традиционно метод VOF относится к классу эйлеровых методов, которые характеризуются сеткой, которая является стационарной или движется согласно изменяющейся форме поверхности по определённому заданному закону.

#### *1.5.1.4. Метод сглаженных частиц и его модификации*

Предшественником метода сглаженных частиц считается метод Particle-and-Force (PAF), разработанный, как и многие из упомянутых выше методов, в лаборатории Лос-Аламоса под руководством Harlow F.H. в 1961 году [91]. Данный метод, представляющий собой, по сути, аппроксимацию метода Монте-Карло для задач газодинамики, не требует использования связанной сетки ни на одном из этапов решения задач. Сплошная среда представляется набором частиц, между которыми действуют силы парного взаимодействия. Закон сохранения массы выполняется точно ввиду постоянства массы каждой отдельной частицы во времени. За счет симметричности парных взаимодействий (в соответствии с третьим законом Ньютона) полный импульс системы также сохраняется. Для постановки условий на твердой границе используется набор частиц и силы отталкивания. Такой подход к постановке граничных условий позднее стал классическим для метода сглаженных частиц. Радиус взаимодействия частиц ограничен, а давление рассчитывается из уравнения состояния. Все эти идея позднее и легли в основу метода SPH.

Метод SPH был предложен в 1977 году учеными университета Монаша (г. Мельбурн, Австралия) [86, 87], а также независимо от них ученым Колумбийского университета (г. Нью-Йорк, США) [108]. В 1994 году группа ученых во главе с Monaghan J.J. применила метод сглаженных частиц для расчета течений жидкости со свободными границами [116, 118]. В основу разработок Monaghan J.J., Thompson M.C. и Hourigan K. легла идея представления несжимаемой жидкости слабосжимаемой средой с подходящим уравнением состояния. Таким образом рассматривалась система уравнений движения, характерная для задач газовой динамики. Был решен представительный набор тестовых задач, произведено сравнение полученных при этом результатов с эталонными аналитическими решениями (выполнена верификация метода). Кроме того, возможности метода были также продемонстрированы и на решении целого ряда реальных, практически важных задач, одна из которых, задача о

разрушении плотины, ставшая ныне уже классической при тестировании методов частиц. В 1995 году Monaghan J.J., Kocharyan A. [117] опубликовали результаты расчетов задачи о распространении звуковой волны в газе со взвесью. В работе были описаны различные модификации стандартного метода сглаженных частиц, которые позволили применить его для расчета задач такого рода, что положило начало дальнейшему развитию метода в качестве инструмента численного моделирования многофазных течений. Несмотря на то, что на тот момент их исследования не включали в себя расчеты задач с четкой границей раздела двух фаз, уже в 1996 вышли работы, посвященные гравитационным потокам, где рассматривалось взаимодействие двух жидкостей, имеющих различную массовую плотность [114, 115]. Модифицированный (адаптированный) метод позволил проводить расчеты задач с отношением плотностей рассматриваемых сред лишь порядка 0.5, однако в дальнейшем, достигнутые результаты были значительно улучшены. В работах [124, 129, 139] излагаются модификации метода, позволившие эффективно применять его для задач с отношением плотностей рассматриваемых сред порядка 0.001. В работе [119] приводятся результаты моделирования многофазных течений, включающих поверхностное натяжение и межфазные переходы. Работа [95] посвящена моделированию многофазных течений методом сглаженных частиц на основе схемы расщепления по физическим факторам.

Следует отметить, что для решения задач механики деформируемого твердого тела метод сглаженных частиц был впервые применен Libersky L.D. и Petschek A.G. в статье [103], за которой в дальнейшем последовало множество других публикаций, посвященных деформациям и разрушениям твердых тел, в том числе при высокоскоростных ударах в двумерных и трехмерных постановках [127, 128], а также ряд работ отечественных авторов [32, 69].

Рассматривая метод сглаженных частиц не как метод математического моделирования задач гидродинамики, а, прежде всего, с позиций численного

метода решения дифференциальных уравнений, Laguna P. [101] применил его для решения уравнений параболического и гиперболического типов.

В последние годы [33] метод сглаженных частиц стал широко применяться для расчета турбулентных течений, решения задач релятивистской механики, решения задач о подводных взрывах, задач о течении жидкости сквозь пористые материалы и т.д.

Появился целый ряд работ, использующих в расчетах своего рода гибриды методов, основанных на методе сглаженных частиц, с другими численными подходами и алгоритмами. Так, например, полунявный метод движущихся частиц (Moving Particle Semi-Implicit (MPS)), разработанный группой ученых из Японии [99, 100], имеет ряд важных отличий от классического метода сглаженных частиц: для интегрирования по времени уравнений движения применяется схема расщепления по физическим факторам, вместо физической плотности вводится понятие количественной плотности частиц, используется отличная от классической формула аппроксимации градиента функции. Тем не менее, базисом для построения метода MPS служит именно метод сглаженных частиц.

Метод занимает особое место в классе бессеточных благодаря тому, что не использует связную сетку ни на одном этапе решения задач (и, следовательно, является полностью бессеточным). Эта специфика метода определила ряд его преимуществ перед другими бессеточными методами: простота программно-алгоритмической реализации (ввиду отсутствия потребности в сложных алгоритмах численного интегрирования и построения сетки), использование простейших алгоритмов определения свободных и контактных границ, непосредственный переход к решению трехмерных задач без привлечения дополнительных, не характерных для двумерных случаев, алгоритмов.

### ***1.5.2. Алгоритмы численного решения***

Для решения задач расчета связанных систем «сооружение – жидкость» используются как прямые алгоритмы одновременного решения соответствующих уравнений для жидкости и твердого тела, так и итерационные алгоритмы, связанные с расщеплением исходной системы на соответствующие уравнения для различных сред, решаемые отдельно. [130]

#### *1.5.2.1. Итерационные алгоритмы численного решения (алгоритмы расщепления (разделения) уравнений связанной системы)*

При использовании итерационных алгоритмов элементы матрицы коэффициентов решаемой системы уравнений выражаются как сумма явной и неявной частей (составляющих). Явная составляющая размещается в правой части уравнений равновесия и известные компоненты (степени свободы) связываются с ней. При решении уравнений факторизуется таким образом лишь неявная составляющая матрицы коэффициентов. Основной идеей данного подхода является отдельное решение соответствующих уравнений для различных сред, причем в качестве определенного рода их «перевязки» выступают члены правых частей системы. В дальнейшем необходимы итерации для увязки уравнений, справедливых для различных сред, в каждый момент времени или в каждый шаг нагружения (требуется обеспечить сходимость процесса).

Ниже описан один из наиболее широко используемых в настоящее время подходов к расщеплению связанной системы «сооружение – основание». Итак, на первом шаге выполняется решение уравнений движения жидкости в рамках постановки ALE на основе известных заранее перемещений и скоростей на поверхности контакта в качестве граничных условий. После получения результата вычисляются силы, возникающие в конструкции под действием жидкости, и прикладываются к конструкции в качестве граничных условий в напряжениях, далее решаются уравнения, описывающие поведение твердого тела. Следующий шаг – это повторное решение уравнений течения жидкости, но разумеется, после

определенного рода коррекции области, занимаемой жидкостью, соответствующей сетки и скоростей на контактных поверхностях. Эта процедура повторяется конечное число раз вплоть до достижения должного уровня сходимости. Ряд специалистов предлагает использовать так называемую смещенную по времени процедуру, не предполагающую выполнения каких бы то ни было итераций. Вместе с тем, применение этого подхода сопряжено со сложностями или даже опасностями, вызванными накоплениями существенных ошибок в процессе счета (интегрирования). Таким образом, в общем случае упомянутый выше итерационный процесс рекомендуется к практическому использованию, хотя и приводит, очевидно, к значительному увеличению объема вычислительной работы.

Основным преимуществом итерационных алгоритмов является исключительно хорошая проработанность соответствующих решателей для задач о течениях жидкостей и для проблем оценки прочности и надежности конструкций, зданий и сооружений (вместе с тем, контактное взаимодействие между средами требует отдельного моделирования со специализированной программно-алгоритмической реализацией). Итерационные подходы наиболее актуальны и целесообразны в случаях слабого взаимодействия жидкости и сооружения, т.е. когда отклик каждой из сред меняется несущественно. Слабое взаимодействие имеет место, например, когда сооружение очень жесткое (по сравнению с жидкостью) и деформируется крайне слабо. При использовании итерационного алгоритма в случае сильного взаимодействия сооружения с жидкостью потребуются либо сделать весьма значительное количество итераций на каждом шаге нагружения или на каждом шаге по времени, либо задать достаточно малый шаг по времени / малый шаг приращения нагрузки.

Расчетные параметры, в частности, и свойства жидкости и сооружения, в целом, существенно разные, и в этой связи используются различные шаги по времени при решении задач моделирования соответствующих сред. Существенные различия в шагах могут быть учтены посредством несложной



модификации итерационного алгоритма, предусматривающей использование так называемых подциклов и описанной в работе Farhat С. и Lesoinne М. [82].

При решении динамических задач исключительно важно получить безусловно устойчивую численную схему для интегрирования по времени (для линеаризованной задачи), позволяющую использовать относительно большие величины шагов. Точность и устойчивость итерационных алгоритмов решения связанных систем «сооружение – жидкость» рассматривались в работах [83, 126] и др. Следует отметить, что добиться безусловной сходимости соответствующих уравнений весьма затруднительно, а строго обосновать ее еще тяжелее (особенно если для моделирования поведения жидкости используются уравнения Навье-Стокса или Эйлера). В связи с этим и не безусловно устойчивые схемы также находят свое применение при решении рассматриваемого круга задач.

#### *1.5.2.2. Прямые алгоритмы численного решения (алгоритмы одновременного решения) уравнений связанной системы*

При использовании прямых алгоритмов уравнения, описывающие взаимодействие связанной системы «сооружение – жидкость», решаются совместно. Такой подход особенно эффективен, если взаимодействие сооружения с жидкостью является достаточно сильным (т.е. деформации сооружения являются значимыми). Если же сооружение жесткое по сравнению с жидкостью, то прямой подход, напротив, покажет свою несостоятельность, которая найдет отражение в появлении плохо обусловленной матрицы для соответствующей линеаризованной связанной системы.

В статье Bathe К.Ј. и Rugonyi S. [130] был предложен эффективный прямой алгоритм, преимуществом которого стал отход от одновременного решения уравнений, описывающих поведение жидкости и поведение сооружения. Перемещения есть основные неизвестные на поверхности контакта и их использование обеспечивает непосредственную связь решаемых уравнений. Эффективность решения значительно повышается, если для сооружения

использовать технику метода подконструкций, предусматривая перед решением разрешающей системы уравнений процедуру статической конденсации внутренних степеней свободы. В результате лишь степени свободы, соответствующие контактной поверхности сооружения с жидкостью будут учитываться при нахождении решения, определяющего движение жидкости. Тем не менее, влияние сооружения должно в полной мере учитываться на каждой итерации при решении рассматриваемой нелинейной проблемы. Еще одним положительным фактором является симметричность матрицы коэффициентов, соответствующей дискретной модели сооружения. Вместе с тем, процедура статической конденсации увеличивает длину ленты оставшихся уравнений. В целом, рассматриваемая численная процедура эффективна в случае, если степени свободы дискретной модели сооружения составляют большую часть числа степеней свободы дискретной модели всей связанной системы.

#### *1.5.2.3. Устойчивость уравнений на поверхности контакта сооружения с жидкостью*

К числу наиболее важных и даже определяющих факторов при решении динамических задач расчета связанных систем «сооружение – жидкость» следует отнести корректность выбора схемы интегрирования по времени. Для большинства приложений целесообразно использовать неявную схему, которая является безусловно устойчивой (для линеаризованной задачи). Таким образом, отсутствуют ограничения, налагаемые на шаг по времени по причине отсутствия опасности вычислительной неустойчивости процесса. В этом отношении остается руководствоваться только лишь требованиями по обеспечению необходимого уровня точности [61]. Безусловная устойчивость уравнений, описывающих поведение жидкости и сооружения, достигается, прежде всего, посредством грамотного выбора схемы интегрирования по времени, при этом для связанных систем такая задача сама по себе является весьма и весьма нетривиальной. С одной стороны непосредственное решение задачи диктует необходимость

использования одного и того же шага интегрирования по времени для жидкости и для сооружения, но с другой – здесь дает о себе знать специфическая проблема: в уравнения, описывающие поведение сооружения, входит вторая производная по времени, а в уравнения, описывающие поведение жидкости – только лишь первая. Переход от  $n$  дифференциальных уравнений второго порядка, описывающих поведение сооружения, к соответствующим  $2n$  дифференциальным уравнениям первого порядка повлечет за собой существенное увеличение объема вычислительной работы.

Сложность анализа устойчивости связанных систем «сооружение – жидкость» обусловлена отсутствием симметричности и положительной определенности соответствующих матриц, формируемых на основе конечноэлементной аппроксимации уравнений Навье-Стокса (или Эйлера). Вместе с тем, следует рассмотреть обыкновенные дифференциальные уравнения первого и второго порядков (по времени) и оценить вычислительную устойчивость задачи.

Например, работе Bathe K.J. и Rugonyi S. [130] показано, что среди рассмотренных схем интегрирования по времени лишь метод Гира (второй порядок точности по времени) и обратный метод Эйлера (первый порядок точности по времени) могут быть рекомендованы при дискретизации по времени уравнений потока жидкости. Метод трапеций здесь не следует применять ввиду того, что в такого рода приложениях он приводит к появлению паразитических эффектов.

## **1.6. Современные программные комплексы для решения задач аэрогидроупругости в связанной постановке**

Рассмотренные выше математические и численные подходы моделирования задач аэрогидроупругости, как правило, имеют программную реализацию в исследовательских (в т.ч. с открытым исходным кодом) и

коммерческих программных продуктах (комплексах). Самые распространенные из них перечислены на рисунке 1.3.

Среди множества программных комплексов для решения наукоемких задач в связанной постановке наиболее универсальными и применяемыми на практике являются такие коммерческие многодисциплинарные («тяжелые») ПК ANSYS, ABAQUS, Dytran, LS-DYNA, Star-CCM+ и ПК с открытым исходным кодом OpenFOAM.



Рис.1.3. Наиболее распространенные ПК для решения задач аэрогидроупругости в связанной постановке

### 1.7. Выводы по главе 1

На основе выполненного аналитического обзора состояния заявленной проблемы можно поставить и конкретизировать следующие задачи настоящего диссертационного исследования, которые следует решить для достижения поставленной цели – *разработки адаптивной методики численного моделирования трехмерных динамических задач строительной аэрогидроупругости:*

1. Классификация значимых задач строительной аэрогидроупругости с позиции как физики явлений, так и математических/численных подходов их моделирования.

2. Обоснованный выбор наиболее эффективных и альтернативных современных математических моделей, численных методов и программных реализаций как основы разрабатываемой адаптивной методики.

3. Верификация и «настройка» параметров разработанной методики на представительном наборе тестовых задач, имеющих аналитическое, экспериментальное и (или) альтернативное численное подтверждение.

4. Выбор, на основе выполненной верификации, практически реализуемых постановок трехмерных связанных задач аэрогидроупругости.

5. Апробация и подтверждение работоспособности методики на реальном объекте с сильным проявлением динамических эффектов аэрогидроупругости.

Главы 2-4 диссертации посвящены описанию решения поставленных задач.

## ГЛАВА 2. АДАПТИВНАЯ МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СТРОИТЕЛЬНОЙ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ И ЕЕ ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

### 2.1. Общие положения

В настоящей главе приводится описание разработанной адаптивной методики численного (в частности, конечноэлементного и конечнообъемного) моделирования трехмерного динамического взаимодействия сооружения с жидкостью. Общая структурная схема методики представлена ниже на рис. 2.1.

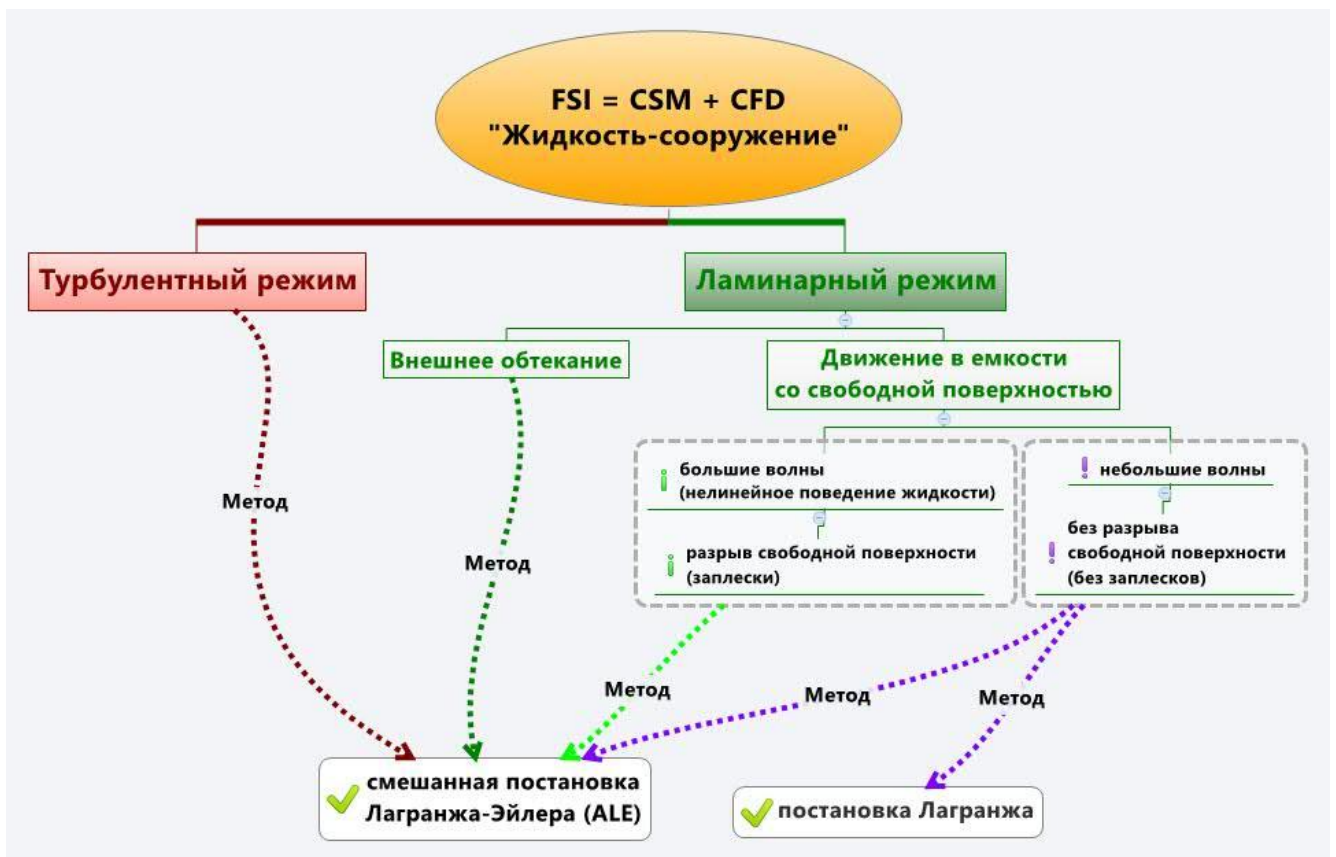


Рис.2.1. Общая структурная схема разработанной методики.  
FSI – Fluid Structure Interaction; CSM – Computational Structure Mechanics;  
CFD – Computational Fluid Dynamics

В нижеследующих пунктах (параграфах) настоящей главы дается «расшифровка» основных положений разработанной методики.

## 2.2. Основные уравнения поведения сооружения и жидкости

### 2.2.1. Уравнения поведения сооружения

Лагранжевы уравнения движения для сооружения имеют вид:

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \tau + \bar{f}^B, \quad (2.1)$$

где  $\rho$  – плотность;  $\bar{u}$  – вектор перемещений сооружения;  $t$  – время;  $\tau$  – тензор напряжений Коши;  $\bar{f}^B$  – вектор объемных нагрузок; запись типа  $\nabla \cdot$  здесь и далее обозначает действие оператора дивергенции (в деформированном состоянии).

Уравнения (2.1) могут быть линейными или нелинейными, в зависимости от применяемых определяющих соотношений для материала и характера перемещений сооружения (большие или малые) [61, 62].

Соответствующие граничные условия могут быть записаны следующим образом:

$$\bar{u} = \bar{u}_s \quad \text{на части границы } S_u; \quad (2.2)$$

$$\tau \bar{n} = \bar{f}_s \quad \text{на части границы } S_f, \quad (2.3)$$

где  $S_u$  и  $S_f$  – части границы, на которых соответственно заданы перемещения  $\bar{u}_s$  и усилия  $\bar{f}_s$ ;  $\bar{n}$  – единичный вектор внешней нормали к границе.

### 2.2.2. Уравнения поведения жидкости

#### 2.2.2.1. Общая постановка

Уравнения движения несжимаемой ньютоновской жидкости Навье-Стокса (т.е. вязкой жидкости, подчиняющейся при своем течении закону вязкого трения Ньютона) в соответствующей постановке *ALE* имеет вид:

$$\rho \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \rho[(\bar{U} - \bar{\hat{U}}) \cdot \nabla] \bar{U} = \nabla \cdot \tau + \bar{f}^B \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\bar{U} - \bar{\hat{U}}) \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \bar{U} = 0 \quad (2.5)$$

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho(\bar{U} - \bar{\dot{U}}) \cdot \nabla e = \tau \cdot D - \nabla \cdot \bar{q} + q^B \quad (2.6)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $\partial/\partial t$  – полная производная функции в пространственной (деформированной) движущейся системе координат;  $\bar{U}$  – скорость жидкости;  $\bar{\dot{U}}$  – скорость движения системы координат;  $\tau$  – тензор напряжений в жидкости;  $\bar{f}^B$  – вектор объемных нагрузок в жидкости;  $e$  – удельная внутренняя энергия;  $D$  – тензор скоростей деформации,

$$2D = \nabla \bar{U} + (\nabla \bar{U})^T; \quad (2.7)$$

$\bar{q}$  – вектор теплового потока;  $q^B$  – теплота, порождаемая единицей объема; записи типа  $(\nabla \cdot)$  и  $(\nabla)$  здесь и далее обозначают действие оператора дивергенции и градиента соответственно; запись типа  $(\cdot)$  здесь и далее обозначает скалярное произведение.

Уравнения (2.4), (2.5) и (2.6) представляет собой соответственно уравнения сохранения количества движения (импульсов), массы и энергии.

Задавая в указанных уравнениях  $\bar{\dot{U}} = 0$  (т.е. определяя условия неподвижности системы координат или условия неподвижности соответствующей конечноэлементной сетки) можем получить *эйлерову* постановку. При задании в уравнениях (2.4)-(2.6) условия  $\bar{\dot{U}} = \bar{U}$  (система координат движется с той же скоростью, что и частицы жидкости) можем получить *лагранжеву* постановку.

Основополагающие соотношения для ньютоновской жидкости имеют следующий вид:

$$\tau = [-p + \lambda \nabla \cdot \bar{U}] I + 2\mu D, \quad (2.8)$$

где  $p$  – давление жидкости;  $I$  – единичный тензор;  $\mu$  и  $\lambda$  – первый и второй параметры вязкости.

Во многих приложениях гипотеза Стокса



$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (2.9)$$

достаточно точно и корректно описывает поведение потока жидкости и, следовательно, в общем случае применяется для таких целей.

Уравнения, определяющие теплопередачу внутри тела, имеют вид:

$$\bar{q} = -k\nabla\theta, \quad (2.10)$$

где  $k$  – тензор проводимости (представляющий собой скалярное значение в случае изотропной среды);  $\theta$  – температура.

Для решения уравнений (2.4)-(2.6), кроме того, необходимо использовать уравнения состояния:

$$\rho = \rho(p, \theta); \quad (2.11)$$

$$e = e(p, \theta). \quad (2.12)$$

Следует отметить, что для несжимаемой жидкости плотность (каждой частицы жидкости) не зависит от времени, и уравнение (2.5) сводится к

$$\nabla \cdot \bar{U} = 0. \quad (2.13)$$

Заметим, что уравнений (2.4) и (2.5) достаточно для решения задачи моделирования изотермичного поведения потока несжимаемой жидкости. Уравнение (2.6) в такой ситуации, очевидно, может не рассматриваться вовсе. Вместе с тем, при исследовании сжимаемой жидкости, напротив, требуется совместное решение всех уравнений (2.4)-(2.6).

Уравнения Эйлера для описания движения используются в случаях, когда вязкостью жидкости в соответствующей модели пренебрегают (поясним, что вязкость отражает свойство жидкости сопротивляться относительному перемещению (сдвигу) соседних частиц).

Рассмотрение граничных условий, требуемых для корректного решения системы (2.4)-(2.6) в общем случае сжимаемой жидкости, выходит за рамки представленных диссертационных исследований (требуется рассмотреть самые разные ситуации – сверхзвуковой поток, дозвуковой поток, вязкий поток, невязкий поток). Эти вопросы рассмотрены, например, в работе Bathe K.J., Zhang

Н. и Zhang X. [62], в которой приведена соответствующая сводная таблица для различных граничных условий.

Условия на подвижных границах, свободных поверхностях, а также на границах контакта типа «жидкость – жидкость» могут быть рассмотрены в рамках постановки ALE для уравнений течения жидкости.

В частности, для подвижных границ задаются условия

$$\bar{\hat{u}} \cdot \bar{n} = \hat{u}_s \quad \text{на границе } S_{\hat{u}}; \quad (2.14)$$

$$\bar{\hat{u}} \cdot \bar{t} = \hat{u}_t \quad \text{на границе } S_{\hat{u}}, \quad (2.15)$$

где  $S_{\hat{u}}$  – часть границы с заданными перемещениями  $\hat{u}_s$  и  $\hat{u}_t$  соответственно в направлении нормали и касательной к границе;  $\bar{n}$  – единичный направляющий вектор внешней нормали к границе;  $\bar{t}$  – единичный направляющий вектор касательной к границе;  $\bar{\hat{u}}$  – вектор перемещений границы.

Следует пояснить, что уравнение (2.15) не используется в случае моделирования невязкой жидкости.

При задании условий контакта типа «жидкость – жидкость» следует обеспечить выполнение уравнений совместности и равновесия на соответствующей границе. Условия совместности гарантируют равенство скоростей частиц контактирующих жидкостей (при отсутствии проскальзывания), в случае, если обе жидкости вязкие, или равенство составляющих скоростей по нормали к поверхности контакта для обеих жидкостей (при наличии проскальзывания), если хотя бы одна из жидкостей полагается невязкой. Условие равновесия на границе контакта «жидкость – жидкость» имеет вид:

$$(\tau_2 - \tau_1) \cdot \bar{n} = \alpha \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \bar{n}, \quad (2.16)$$

где  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – тензоры напряжений, соответствующие двум контактирующим жидкостям;  $\bar{n}$  – единичный направляющий вектор внешней нормали к первой поверхности;  $\alpha$  – коэффициент поверхностного натяжения на границе между жидкостями;  $R_1$  и  $R_2$  – главные радиусы кривизны поверхности контакта

(полагаются положительными в случае, если центр кривизны расположен на стороне первой из контактирующих жидкостей и отрицательными в противоположном случае). Если пренебречь эффектами поверхностного натяжения, то в уравнении (2.16) следует задать  $\alpha = 0$ .

При задании условий свободной поверхности также можно использовать уравнение (2.16), однако в таких случаях вторая жидкость (как правило, в качестве таковой условно принимается воздух) задается лишь давлением  $p_0$  (т.е. жидкость полагается невязкой). Таким образом, уравнение (2.16) переписывается следующим образом:

$$-p_0\bar{n} - \tau \cdot \bar{n} = \alpha \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \bar{n}, \quad (2.17)$$

где  $\bar{n}$  – единичный направляющий вектор внешней нормали к свободной поверхности;  $R_1$  и  $R_2$  – главные радиусы кривизны поверхности контакта (полагаются положительными в случае, если центр кривизны расположен на стороне жидкости).

Ввиду того, что в уравнении (2.17) явным образом фигурирует лишь одна жидкость, этого уравнения недостаточно для описания движения свободной поверхности и требуется задание дополнительных условий. Будем полагать, что в момент времени  $t_0$  поверхность описывается уравнением  $S({}^0\bar{x}, t_0) = 0$ , где  ${}^0\bar{x}$  – вектор координат частиц свободной поверхности в момент времени  $t_0$ . Соответствующее граничное условие имеет вид:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\bar{U} - \bar{\tilde{U}}) \cdot \nabla S = 0. \quad (2.18)$$

Условие (2.18) гарантирует, что частицы, располагающиеся на свободной поверхности в момент времени  $t_0$  остаются на этой поверхности во все остальные моменты времени.

### 2.2.2.2. Модели турбулентности

#### LES формулировка [17, 57]

Лежащие в основе LES (Large Eddy Simulation) уравнения могут быть выведены из уравнений Навье-Стокса (2.4-2.6) путем представления всех переменных в виде суммы крупно- и мелкомасштабной составляющих (2.19) и применения к полученным уравнениям процедуры фильтрации (2.20-2.21).

$$\varphi(x,t) = \bar{\varphi}(x,t) + \varphi'(x,t), \quad \bar{\varphi}'(x) \neq 0 \quad (2.19)$$

$$\bar{\varphi}(x,t) = \int_D \varphi(x',t) G(x;x') dx' \quad (2.20)$$

$$G(x;x') = \begin{cases} 1/\Delta, & x' \in \Delta \\ 0, & x' \notin \Delta \end{cases} \quad (2.21)$$

где  $\varphi(x,t)$  – актуальные переменные уравнений Навье-Стокса;  $\bar{\varphi}(x,t)$  – «отфильтрованные» переменные;  $\varphi'(x,t)$  – «подсеточные» переменные;  $G(x;x')$  – функция фильтра,  $x$  – координата рассматриваемой точки потока,  $D$  – расчетная область (при пространственной дискретизации методом конечных объемов  $D$  – размер конечного объема);  $\Delta$  – размер фильтра (при пространственной дискретизации методом конечных объемов  $\Delta$  – размер конечного объема).

Ниже приведена окончательная формулировка LES уравнений Навье-Стокса в *эйлеровой* постановке:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{U}) = 0, \\ \frac{\partial (\rho \bar{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{U} \bar{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau_m + \tau_{SGS}), \\ \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{U} H) = \nabla \cdot [\bar{U} \cdot (\tau_m + \tau_{SGS}) + (\bar{q}_m + \bar{q}_{SGS})] \end{array} \right. \quad (2.22)$$

В правых частях уравнений движения и энергии появляются дополнительные слагаемые с индексом «SGS» (sub-grid scales). Система получается незамкнутой. Для замыкания системы уравнений применяют так называемые «подсеточные» модели турбулентности.

Подсеточные модели, как правило, базируются на использовании обобщенной гипотезы Буссинеска закона Фурье:

$$\tau_{SGS} = 2\mu_{SGS} \left( S - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) I \right) + \frac{2}{3} k_{SGS} I, \vec{q}_{SGS} = -\lambda_{SGS} \nabla T, \quad (2.23)$$

В качестве примера подсеточной модели приведена модель WALE (Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity) – локальная модель вихревой вязкости, адаптированная для пристеночных течений:

$$\mu_{SGS} = (c_w \Delta)^2 \frac{(\bar{S}_{ij}^d \bar{S}_{ij}^d)^{\frac{3}{2}}}{(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{\frac{5}{2}} + (\bar{S}_{ij}^d \bar{S}_{ij}^d)^{\frac{5}{4}}}, \quad (2.24)$$

$$\bar{S}_{ij}^d = \frac{1}{2} (\bar{g}_{ij}^2 + \bar{g}_{ji}^2) - \frac{1}{2} \delta_{kk} \bar{g}_{kk}^2, \bar{g}_{ij}^2 = \bar{g}_{ik} \bar{g}_{kj}; \bar{g}_{ij} = \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j},$$

где  $c_w$  – константа модели (может зависеть от условий течения).

### RANS формулировка [17]

Полуэмпирические модели турбулентности базируются на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье-Стокса (Reynolds Averaged Navier-Stokes), при этом характеристики течения представляются в виде средней и пульсационной составляющих  $\varphi = \bar{\varphi} + \varphi'$ . В случае несжимаемой жидкости применяется следующая

процедура осреднения:  $\bar{\varphi}(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \varphi(t) dt$ , где  $\Delta t$  – период осреднения –

достаточной большой по сравнению с временными масштабами всех турбулентных неоднородностей в рассматриваемом течении и достаточно малый по сравнению с характерным временным масштабом осредненного течения.

В случае сжимаемой жидкостки/газа предпочтительным является другой способ осреднения (осреднение по Фавру), при котором плотность  $\rho$  и давление  $p$  осредняются по Рейнольдсу, а для остальных переменных вводятся так

называемые средневзвешенные значения  $\tilde{\varphi} = \frac{\overline{\rho \varphi}}{\rho}$ .

Ниже приведена окончательная формулировка RANS уравнений Навье-Стокса в эйлеровой постановке (знаки осреднения для простоты опущены):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U}) = 0, \\ \frac{\partial (\rho \vec{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \vec{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau_m + \tau_t), \\ \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} H) = \nabla \cdot [\vec{U} \cdot (\tau_m + \tau_t) + (\vec{q}_m + \vec{q}_t)], \\ \rho = pm / (RT) \end{array} \right. \quad (2.25)$$

$\vec{U}$  – вектор скорости осредненного течения с компонентами  $U_1$ ,  $U_2$  и  $U_3$ .  $\tau_m$  и  $\tau_t$  – молекулярная и турбулентная составляющие тензора вязких напряжений,  $E = C_v T + 0.5(U_1^2 + U_2^2 + U_3^2)$  – полная энергия газа,  $H = E + p / \rho = C_p T + 0.5(U_1^2 + U_2^2 + U_3^2)$  – его полная энтальпия,  $\vec{q}_m$  и  $\vec{q}_t$  – молекулярная и турбулентная составляющие вектора плотности теплового потока,  $T$  – температура,  $C_v = (C_p - R / m)$  – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме,  $C_p$  – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении,  $R = 8.31434$  Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная, а  $m$  – молярная масса газа.

Наличие дополнительных неизвестных, связанных с турбулентными составляющими тензора напряжений  $\tau_t$  и вектора плотности теплового потока  $\vec{q}_t$ , делает систему уравнений (2.25) незамкнутой. Для замыкания системы вводятся дополнительные соотношения – модели турбулентности.

В случае использования так называемых линейных моделей турбулентности (например, модель Ментера (SST модель)) предполагается, что справедливы обобщенная гипотеза Буссинеска и закон Фурье:

$$\tau_t = 2\mu_t \left( S - \frac{1}{3} I \nabla \cdot \vec{u} \right) + \frac{2}{3} k I, \vec{q} = -\lambda_t \nabla T, \quad (2.26)$$

Таким образом, роль модели турбулентности сводится к определению связи между  $\mu_t$ ,  $\lambda_t$  и  $k$  с параметрами осредненного течения.

Ниже приведена формулировка наиболее популярной модели турбулентности группы RANS – SST (Shear Stress Transport), которая представляет собой комбинацию  $k - \varepsilon$  и  $k - \omega$  моделей, в терминах  $k$  (кинетической энергии турбулентности) и  $\omega$  (удельная скорость ее диссипации):

$$\frac{D(\rho k)}{Dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_T) \nabla k] + P_k - \beta^* \rho \omega k, \quad (2.27)$$

$$\frac{D(\rho \omega)}{Dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_\omega \mu_T) \nabla \omega] + \gamma \frac{\rho}{\mu_T} P_k - \beta \rho \omega^2 + (1 - F_1) D_{k\omega}, \quad (2.28)$$

где:

$$P_k = \min(\mu_t S^2, 10 \beta^* \rho k \omega), S^2 = 2 S_{ij} S_{ij} \quad (2.29)$$

$$D_{k\omega} = \frac{2 \rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} (\nabla k) \cdot (\nabla \omega). \quad (2.30)$$

$$\mu_T = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)}. \quad (2.31)$$

Эмпирическая функция  $F_2$ , рассчитывается по формуле  $F_2 = \tanh(\arg_2^2)$ , где  $\arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{0.09 \omega d_w}, \frac{500\nu}{d_w^2 \omega}\right)$ , а  $d_w$  – расстояние от рассматриваемой точки до ближайшей точки твердой поверхности. Эмпирические константы модели определяются через соответствующие константы  $k - \varepsilon$  и  $k - \omega$  моделей с помощью упоминавшейся выше эмпирической “весовой” функции  $F_1$ :

$$\sigma_k = F_1 \sigma_{k1} + (1 - F_1) \sigma_{k2}, \sigma_\omega = F_1 \sigma_{\omega 1} + (1 - F_1) \sigma_{\omega 2}, \beta = F_1 \beta_1 + (1 - F_1) \beta_2, \quad (2.32)$$

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \arg_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega d_w}, \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d_w^2}\right)\right], \quad (2.33)$$

где  $CD_{k\omega} = \max\{D_{k\omega}, 10^{-10}\}$ . Индексы «1» и «2» в (2.32) относятся соответственно к константам  $k - \varepsilon$  и  $k - \omega$  моделей:  $\sigma_{k1} = 0.85, \sigma_{\omega 1} = 0.5, \beta_1 = 0.075, \sigma_{k2} = 1.0, \sigma_{\omega 2} = 0.856, \beta_2 = 0.0828$ , а остальные константы равны  $\beta^* = 0.09, k = 0.41, a_1 = 0.31, \gamma = \beta / \beta^* - \sigma_\omega k^2 \sqrt{\beta^*}$ .

### DES формулировка [17]

Метод DES базируется на том, что уравнения RANS и LES имеют общую форму, при этом предполагается, что модель RANS, на которой строится модель DES, может быть преобразована в подсеточную модель LES заменой линейного

масштаба турбулентности  $l_{RANS}$  на подсеточный масштаб  $l=C\Delta$ . Т.е. «гибридный» масштаб для DES:  $l_{DES} = \min\{l_{RANS}, C_{DES}\Delta\}$ , где  $C_{DES}$  – дополнительная константа модели. В результате, в областях потока, где  $C_{DES} \Delta > l_{RANS}$ , DES функционирует как RANS, а в областях при  $C_{DES} \Delta < l_{RANS}$  – как подсеточная модель для LES.

Ниже приведена наиболее простая из всех возможных формулировка SST DES, которая базируется на записи уравнения переноса кинетической энергии турбулентности с использованием линейного масштаба турбулентности:

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_T) \nabla k] + P_k - \rho k^{3/2} / l_{RANS}, \quad (2.34)$$

$$l_{RANS}^{SST} = k^{1/2} / (\beta^* \omega). \quad (2.35)$$

Тогда подсеточная версия модели SST RANS получается заменой  $l_{RANS}$  на величину  $l_{LES} = C_{DES}^{SST} \Delta$ :

$$\rho \frac{Dk_{SGS}}{Dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_{SGS}) \nabla k] + P_k - \rho k^{3/2} / l_{LES}, \quad (2.36)$$

где  $C_{DES}^{SST} = F_1 C_{DES}^{k-\omega} + (1 - F_1) C_{DES}^{k-\varepsilon}$  определяется через аналогичные константы подсеточных версий входящих в SST модель  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega$  моделей с использованием “весовой” функции  $F_1$  (2.33). При этом откалиброванные константы в подсеточных  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega$  моделях равны:  $C_{DES}^{k-\omega} = 0.78, C_{DES}^{k-\varepsilon} = 0.61$ .

В рамках SST DES граница между RANS LES областями является нестационарной и может иметь весьма сложную форму.

### 2.2.2.3. Моделирование мультифазового потока [57]

При описании поведения мультифазового потока каждая фаза обозначается греческими индексами. Так, например, объемная фракция (доля) фазы  $\alpha$  соответствует  $r_\alpha$ , а объем, занимаемый жидкостью соответствующей фазы:  $V_\alpha = r_\alpha V$ , где  $V$  – условный небольшой объем жидкости с содержанием нескольких фаз.

В общем случае для мультифазового потока уравнения движения жидкости имеют вид:



$$\frac{\partial}{\partial t}(r_\alpha \rho_\alpha U_\alpha) + \nabla \cdot (r_\alpha (\rho_\alpha U_\alpha \otimes U_\alpha)) = -r_\alpha \nabla p_\alpha + \nabla \cdot (r_\alpha \mu_\alpha (\nabla U_\alpha + (\nabla U_\alpha)^T)) + \sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{\alpha\beta}^+ U_\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^+ U_\alpha) + S_{M\alpha} + M_\alpha, \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_\alpha \rho_\alpha) + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha U_\alpha) = S_{MS\alpha} + \sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{\alpha\beta}, \quad (2.38)$$

$$\sum_{\alpha=1}^{N_p} r_\alpha = 1, \quad (2.39)$$

$$p_\alpha = p \text{ для } \alpha=1, \dots, N_p. \quad (2.40)$$

где  $S_{M\alpha}$ ,  $S_{MS\alpha}$  – источники внешних сил,  $M_\alpha$  – воздействие от других фаз,  $\Gamma_{\alpha\beta}$  – массовый межфазный расход жидкости на единицу объема;  $(\Gamma_{\alpha\beta}^+ U_\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^+ U_\alpha)$  – перенос количества движения под воздействием межфазного массопереноса.

При наличии свободной поверхности, разделяющей, например две фазы (жидкость и газ) уравнение плотности межфазной поверхности записывается в виде:

$$A_{\alpha\beta} = |\nabla r_\alpha|. \quad (2.41)$$

Уравнение неразрывности для силы поверхностного натяжения имеет вид:

$$F_{\alpha\beta} = f_{\alpha\beta} \delta_{\alpha\beta}, \quad (2.42)$$

$$f_{\alpha\beta} = -\sigma_{\alpha\beta} \kappa_{\alpha\beta} n_{\alpha\beta} + \nabla_s \sigma, \quad (2.43)$$

$$\delta_{\alpha\beta} = |\nabla r_{\alpha\beta}|, \quad (2.44)$$

$$\kappa_{\alpha\beta} = \nabla \cdot n_{\alpha\beta}, \quad (2.45)$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $n_{\alpha\beta}$  – вектор нормали к свободной поверхности,  $k$  – кривизна поверхности.

### 2.2.3. Уравнения контактного взаимодействия сооружения с жидкостью

При взаимодействии потока вязкой жидкости с твердой средой на контактной поверхности должны выполняться уравнения равновесия и совместности:

$$\tau^S \cdot \bar{n} = \tau^F \cdot \bar{n}; \quad (2.46)$$

$$\bar{u}^I(t) = \bar{\dot{u}}^I(t); \quad (2.47)$$

$$\bar{\dot{u}}^I(t) = \bar{U}^I(t) = \bar{\dot{U}}^I(t); \quad (2.48)$$

$$\bar{\ddot{u}}^I(t) = \bar{\dot{U}}^I(t) = \bar{\ddot{U}}^I(t), \quad (2.49)$$

где  $\bar{n}$  – единичный направляющий вектор нормали к поверхности контакта «сооружение – жидкость»;  $\bar{u}$  и  $\bar{\dot{u}}$  – соответственно перемещения сооружения и массива жидкости (или узлов соответствующей конечноэлементной сетки в рамках метода конечных элементов);  $\bar{U}$  – скорость жидкости;  $\bar{\dot{U}}$  – скорость массива жидкости; символ верхней точки здесь и далее обозначает операцию дифференцирования по времени; верхние индексы  $I, S, F$  обозначают соответственно контактную поверхность, твердое тело и жидкость.

### 2.3. Численная аппроксимация связанных задач аэрогидроупругости

В дальнейшем в целях упрощения будем рассматривать уравнения Навье-Стокса для несжимаемой жидкости совместно с соответствующими уравнениями механики деформируемого твердого тела. Кроме того, будем пренебрегать далее тепловыми эффектами.

#### 2.3.1. Конечноэлементная аппроксимация уравнений поведения сооружения

Линеаризованные конечноэлементные уравнения, описывающие поведение твердого тела (сооружения) без учета диссипации, в момент времени  $t$  могут быть записаны в виде

$$M_u \bar{\ddot{u}} + K_u \bar{u} = \bar{R}_u - \bar{F}_u, \quad (2.50)$$

где  $M_u$  – матрица масс;  $K_u$  – матрица касательной жесткости;  $\bar{u}$  – вектор инкрементальных узловых перемещений;  $\bar{R}_u$  – вектор приложенных внешних нагрузок;  $\bar{F}_u$  – вектор известных параметров линеаризации.

В случае линейного отклика конструкции также используется уравнение (2.50) с той лишь оговоркой, что  $\bar{F}_u = 0$  и соответственно вектор  $\bar{u}$  представляет собой вектор узловых тотальных (не инкрементальных) перемещений. Если при конечноэлементной аппроксимации уравнений механики деформируемого твердого тела используется постановка в перемещениях и давлениях, то эти давления должны быть включены в вектор  $\bar{u}$ .

### 2.3.2. Аппроксимация уравнений поведения жидкости

#### 2.3.2.1. Конечноэлементная аппроксимация

При использовании постановки ALE для описания поведения жидкости линейризованные дискретные аналоги уравнений Навье-Стокса могут быть представлены следующим образом:

$$[M_U \quad \hat{M}_U] \begin{bmatrix} \bar{U} \\ \bar{u} \end{bmatrix} + [K_U \quad \hat{K}_U] \begin{bmatrix} \bar{U} \\ \bar{u} \end{bmatrix} = \bar{R}_U - \bar{F}_U, \quad (2.51)$$

где  $M_U$  – матрица масс потока жидкости;  $K_U$  – матрица касательной жесткости потока жидкости;  $\hat{M}_U$  и  $\hat{K}_U$  – матрицы масс и касательной жесткости, соответствующие линейризованным членам постановки ALE, связанные с подвижной сеткой;  $\bar{U}$  – вектор инкрементальных узловых скоростей;  $\bar{u}$  и  $\bar{U}$  – вектор инкрементальных перемещений и скоростей узлов сетки;  $\bar{R}_U$  – вектор приложенных внешних нагрузок после дискретизации;  $\bar{F}_U$  – вектор соответствующих известных параметров линейризации. В целях упрощения неизвестные давления в постановке (2.51) не представлены.

Узловые перемещения конечноэлементной сетки вычисляются на поверхностях контакта «сооружение – жидкость», «жидкость – жидкость», свободных поверхностях и непосредственным образом задаются на подвижных границах. С другой стороны, перемещения во внутренних узлах сетки (т.е. в тех, которые не находятся на поверхностях контакта) могут определяться произвольным образом, в соответствии с задачей обеспечения корректности

(регулярности, невырожденности) сетки во все моменты времени. Для вычисления перемещений сетки могут использоваться различные процедуры. Один из наиболее эффективных и распространенных способов вычисления перемещений внутренних узлов сетки, аппроксимирующей жидкость, предусматривает решение уравнения Лапласа или соответствующего уравнения для псевдоупругого тела на заданной сетке с граничными условиями в перемещениях сетки на контактных поверхностях или подвижных границах. Данный подход традиционно достаточно удобен, за исключением ситуаций, когда сетка, аппроксимирующая жидкость, чрезмерно деформируется. При решении задач, в которых область занимаемая жидкостью на каком-то промежуточном этапе претерпевает существенные изменения по сравнению с начальным состоянием, требуется предусматривать процедуру актуализации сетки, связанную с применением целого ряда продвинутых специализированных технологий (допущение проскальзывания узлов сетки вдоль контактных поверхностей; использование технологий «ведущий и ведомый узлы»; использование процедур коррекции (совершенствования) сетки).

### 2.3.2.2. Конечнообъемная аппроксимация

При использовании МКО дискретные аналоги основных уравнений (2.4-2.6) могут быть представлены следующим образом:

$$V \left( \frac{\rho - \rho^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} = 0, \quad (2.52)$$

$$V \left( \frac{\rho U_i - \rho^0 u_i^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} (U_i)_{ip} = \sum_{ip} (P \Delta n_i)_{ip} + \sum_{ip} \left( \mu_{eff} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j \right)_{ip} + \overline{S}_{u_i} V, \quad (2.53)$$

$$V \left( \frac{\rho \varphi - \rho^0 \varphi^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} \varphi_{ip} = \sum_{ip} \left( \Gamma_{eff} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \Delta n_j \right)_{ip} + \overline{S}_{\varphi} V, \quad (2.54)$$

где  $\dot{m}_{ip} = (\rho U_j \Delta n_j)_{ip}$  – массовый поток через поверхность контрольного объема;  $V$  – контрольный объем;  $\Delta t$  – шаг по времени; индекс  $ip$  – точка интегрирования

(суммирование проводится по всем точкам интегрирования поверхности);  $\Delta n_j$  – дискретный наружный вектор нормали к поверхности, верхний индекс  $o$  обозначает предыдущий шаг по времени,  $P$  – статическое давление,  $\mu_{eff}$  – эффективная вязкость,  $\Gamma_{eff}$  – эффективная кинетическая энергия,  $\varphi$  – дополнительная переменная (давление, параметры турбулентности),  $S$  – поверхностные функции. Дискретизация переменных в уравнениях (2.52-2.54) осуществляется обратным методом Эйлера первого порядка.

### **2.3.3. Связанная система уравнений взаимодействия сооружения с жидкостью**

Для решения задачи расчета связанной системы «сооружение – жидкость» в рамках метода конечных элементов требуется рассмотреть совместно дискретные уравнения (2.50) и (2.51) с использованием уравнений равновесия и кинематических соотношений на соответствующих контактных поверхностях, как это предложено, например, в работе Rugonyi S. и Bathe K.J. [130].

Используя уже введенные ранее индексы  $I, S, F$ , отражающие соответственно принадлежность к контактной поверхности, твердому телу или жидкости (и к соответствующим степеням свободы) и полагая, что на контактной поверхности не приложено каких-либо внешних нагрузок, можем записать уравнение равновесия

$$\bar{R}_u^I + \bar{R}_v^I = 0, \quad (2.55)$$

и уравнения совместности

$$\bar{u}^I = \bar{\hat{u}}^I; \quad (2.56)$$

$$\bar{\dot{u}}^I = \bar{U}^I = \bar{\hat{U}}^I; \quad (2.57)$$

$$\bar{\ddot{u}}^I = \bar{\dot{U}}^I(t), \quad (2.58)$$

где, следуя (2.50) и (2.51),  $\bar{u}$ ,  $\bar{\hat{u}}$  и  $\bar{U}$  – соответственно приращения узловых перемещений, перемещений сетки и скоростей сетки (и непосредственно

тотальные узловые перемещения, перемещения сетки и скорости сетки, удовлетворяющие тем же уравнениям).

Уравнению (2.58), как правило, удовлетворить наиболее трудно – на практике соответствующее равенство в общем случае не выполняется точно для всего временного интервала. Вместе с тем, условие (2.58) может быть несколько ослаблено, если искать численное решение связанной системы линеаризованных уравнений в рамках безусловно устойчивой схемы интегрирования по времени. Ввиду того, что смещение внутренних узлов сетки зависит от смещения узлов контактной поверхности (или в общем случае граничных узлов), для простоты будем полагать, что эффект перемещения сетки находит свое отражение в матрицах  $\hat{M}_U$  и  $\hat{K}_U$ . Кроме того, условимся, что смещение сетки осуществляется только по отношению к степеням свободы, соответствующим контактным поверхностям. Отделяя контактные степени свободы от степеней свободы во внутренних узлах сетки, можем переписать уравнения (2.51) в виде

$$\begin{bmatrix} M_U^{II} & M_U^{IF} \\ M_U^{FI} & M_U^{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}^I \\ \bar{U}^F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_U^{II} + \hat{M}_U^{II} & K_U^{IF} \\ K_U^{FI} + \hat{M}_U^{FI} & K_U^{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}^I \\ \bar{U}^F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{K}_U^{II} & 0 \\ \hat{K}_U^{FI} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}^I \\ \bar{u}^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{R}_U^I \\ \bar{R}_U^F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{F}_U^I \\ \bar{F}_U^F \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

где  $\bar{u}^F$  – вектор приращений внутренних частиц жидкости, которые, не вычисляются.

Используя уравнения (2.50) и (2.55)-(2.59) получаем связанную систему уравнений для расчета системы «сооружение – жидкость»:

$$A\bar{\ddot{U}} + B\bar{\dot{U}} + C\bar{U} = \bar{G}, \quad (2.60)$$

$$A = \begin{bmatrix} M_u^{SS} & M_u^{SI} & 0 \\ M_u^{IS} & M_u^{II} + M_U^{II} & M_U^{IF} \\ 0 & M_U^{FI} & M_U^{FF} \end{bmatrix}; \quad (2.61)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_U^{II} + \hat{M}_U^{II} & K_U^{IF} \\ 0 & K_U^{FI} + \hat{M}_U^{FI} & K_U^{FF} \end{bmatrix}; \quad (2.62)$$

$$C = \begin{bmatrix} K_u^{SS} & K_u^{SI} & 0 \\ K_u^{IS} & K_u^{II} + \hat{K}_U^{II} & 0 \\ 0 & \hat{K}_U^{FI} & 0 \end{bmatrix}; \quad (2.63)$$

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} \bar{R}_u^S \\ 0 \\ \bar{R}_u^F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{F}_u^S \\ \bar{F}_u^I + \bar{F}_U^I \\ \bar{F}_U^F \end{bmatrix}; \quad \bar{U} = \begin{bmatrix} \bar{u}^S \\ \bar{u}^I \\ \bar{u}^F \end{bmatrix}. \quad (2.64)$$

Для решения системы (2.60) следует перейти от континуального характера дифференцирования по времени к дискретному. Без ограничения общности после использования соответствующей схемы интегрирования по времени система (2.60) примет вид:

$$\begin{bmatrix} \tilde{K}_u^{SS} & \tilde{K}_u^{SI} & 0 \\ \tilde{K}_u^{IS} & \tilde{K}_u^{II} + \tilde{K}_U^{II} & \tilde{K}_U^{IF} \\ 0 & \tilde{K}_U^{FI} & \tilde{K}_U^{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}^S \\ \bar{U}^I \\ \bar{U}^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{R}_u^S \\ 0 \\ \bar{R}_U^F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{F}_u^S \\ \bar{F}_u^I + \bar{F}_U^I \\ \bar{F}_U^F \end{bmatrix}, \quad (2.65)$$

где  $\tilde{K}$  – соответствующая линеаризованная матрица коэффициентов;  $\bar{U}$  – вектор инкрементальных узловых перемещений/скоростей;  $\bar{R}$  – вектор приложенных внешних сил после дискретизации;  $\bar{F}$  – вектор, содержащих известные параметры линеаризации и дискретизации по времени.

Следует пояснить, что вектор  $\bar{U}^S$  содержит перемещения, вектор  $\bar{U}^F$  – скорости, а в векторе  $\bar{U}^I$  в общем случае могут находиться как перемещения, так и скорости (перемещения в этом смысле являются основными переменными и, следовательно, более предпочтительными).

Уравнения (2.65) описывают поведение связанной системы «сооружение – жидкость». Для решения сформулированной задачи в зависимости от ее природы и характера используются прямые или итерационные алгоритмы.

На практике, как правило, удобно дискретизировать сооружение и жидкость, используя совершенно разные аппроксимирующие сетки. Обычно для моделирования потока жидкости, ввиду специфики соответствующих задач,

используются более густые сетки (при использовании уравнений Навье-Стокса или Эйлера), по сравнению с теми, которые применяются для моделирования сооружения. Вместе с тем, очевидно, что вне зависимости от характера конечноэлементных сеток, применяемых на этапе дискретизации жидкости и сооружения, должны выполняться уравнения равновесия и совместности (2.55)-(2.58) на поверхности их контакта.

Для обеспечения выполнения условий равновесия можно вычислить нагрузки, действующие на сооружение и обусловленные наличием жидкости, после чего эта информация может быть применена при формировании соответствующей матрицы коэффициентов для связанной системы «сооружение – жидкость», относящейся к скоростям (матрицы  $\tilde{K}_U^{IF}$  и  $\tilde{K}_U^{II}$  при использовании скоростей в качестве соответствующих векторов). Для вычисления элементов указанной матрицы коэффициентов, прежде всего, определяются напряжения в жидкости на контактной поверхности  $\bar{f}_F^I(s)$ , где  $s$  – переменная, отвечающая контактной поверхности. На основании найденных напряжений вычисляются нагрузки на конструкции, обусловленные действием жидкости:

$$\bar{F} = \int_{S_I} (H^S)^T \bar{f}_F^I(s) ds, \quad (2.66)$$

где  $H^S$  – матрица функций формы (интерполяционная матрица) для перемещений сооружения, определенная на контактной поверхности [118]; верхний индекс  $T$  здесь и далее обозначает операцию транспонирования;  $S_I$  – поверхность контакта «сооружение – жидкость».

Используя разложение в ряд Тейлора для силы  $\bar{F}$ , имеем:

$$\bar{F} = \bar{F}_0 + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{U}} \bar{U}, \quad (2.67)$$

где  $\bar{F}_0$  – исходное значение  $\bar{F}$  (полученное на предыдущей итерации или шаге по времени/шаге приложения нагрузки);  $\bar{U}$  – вектор приращений узловых скоростей;



$\partial \bar{F} / \partial \bar{U}$  – соответственно матрица коэффициентов, связанная с узловыми скоростями в жидкости.

Следует отметить, что условия совместности должны также выполняться на поверхности контакта двух сред. Ввиду того, что скорости и перемещения в этой зоне связаны между собой в рамках схемы интегрирования по времени, все контактные степени свободы могут быть выражены в перемещениях. Далее с помощью функций формы, используемых для аппроксимации соответствующих полей в конструкциях, степени свободы жидкости могут быть выражены в терминах перемещений. Следовательно, перемещения (и следовательно скорости) жидкости выражаются через перемещения сооружения, удовлетворяя в таком виде условиям совместности.

В соответствии с вышеизложенным дискретизация контактной поверхности в рамках единой конечноэлементной модели «сооружение – жидкость» осуществляется с использованием конечных элементов разных типов. Следующий этап – решение полученной связанной системы прямыми или итерационными алгоритмами.

#### ***2.3.4. Дискретизация по времени***

Динамический расчет связанных систем «сооружение – жидкость» в условиях действия наложенных ускорений (например, ударные или сейсмические воздействия) сводится к прямому интегрированию по времени уравнений движения. Пусть  $t$  – время; соответствующее динамическое воздействие на систему описывается профилем ускорений  $\gamma(t)$  с направляющим вектором  $\bar{D}$ ; отклик системы определяется соответственно вектором узловых неизвестных (степеней свободы)  $\bar{X}(t)$  (в рамках рассматриваемых задач расчета связанной системы «сооружение – жидкость» для сооружения основными неизвестными, очевидно, являются перемещения, а для жидкости – давления и скорости (потенциалы)) в подвижной системе координат. Обозначим матрицы масс,

демпфирования и жесткости соответственно  $M$ ,  $C$  и  $K$ . Таким образом, уравнение движения системы имеет вид:

$$M\ddot{\bar{X}}(t) + C\dot{\bar{X}}(t) + K\bar{X}(t) = -M\bar{D}\gamma(t) \quad (2.68)$$

Для интегрирования используются *явные* [77] или *неявные* [136] конечноразностные схемы с опциями различных условий окончания счета. Соответствующие конечноразностные аппроксимации строятся на основе разложения в ряд Тейлора вектор-функций перемещений  $\bar{X}(t + \Delta t)$  и скоростей  $\dot{\bar{X}}(t + \Delta t)$ . Таким образом на основе техники метода конечных разностей (МКР), очевидно, можем вычислить ускорения  $\ddot{\bar{X}}_{k+1} = \ddot{\bar{X}}(t_{k+1})$  и скорости  $\dot{\bar{X}}_{k+1} = \dot{\bar{X}}(t_{k+1})$  в момент времени  $t_{k+1}$  через соответствующие значения ускорений  $\ddot{\bar{X}}_k = \ddot{\bar{X}}(t_k)$ , скоростей  $\dot{\bar{X}}_k = \dot{\bar{X}}(t_k)$  и перемещений  $\bar{X}_k = \bar{X}(t_k)$  в момент времени  $t_k$  в соответствии с равенствами

$$\begin{cases} \ddot{\bar{X}}_{k+1} = \frac{1}{(\delta t)^2}(\bar{X}_{k+1} - \bar{X}_k) - \frac{1}{\beta(\delta t)}\dot{\bar{X}}_k - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{\bar{X}}_k + O(\delta t) \\ \dot{\bar{X}}_{k+1} = \dot{\bar{X}}_k + \Delta t[\alpha\ddot{\bar{X}}_{k+1} + (1 - \alpha)\ddot{\bar{X}}_k] + O(\delta t), \end{cases} \quad (2.69)$$

где  $\beta$  и  $\alpha$  – параметры алгоритма.

Подставляя (2.69) в (2.68) и пренебрегая членами  $O(\delta t)$ , имеем:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\beta(\delta t)^2}M + \frac{1}{\beta\delta t}C + K\right)\bar{X}_{k+1} = -M\bar{D}\gamma_k + \left(\frac{1}{\beta(\delta t)^2}M + \frac{1}{\beta\delta t}C\right)\bar{X}_k + \\ + \left[\frac{1}{\beta\delta t}M - \left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right)\right]\dot{\bar{X}}_k + (M + \alpha\delta t)\left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{\bar{X}}_k. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Заметим, что все члены последнего уравнения, расположенные в его правой части, являются известными. Способ вычисления вектора неизвестных  $\bar{X}_{k+1}$  связан с обращением матрицы:

$$\tilde{K} = \frac{1}{\beta(\delta t)^2}M + \frac{1}{\beta\delta t}C + K \quad (2.71)$$

Для линейных задач матрицы  $M$ ,  $C$  и  $K$  не зависят от времени и, следовательно, обращение матрицы (2.71) требуется выполнять лишь один раз, на первом шаге алгоритма. Это и есть неявный метод Ньюмарка [121].

### 2.3.5. Алгоритмы решения системы линейных алгебраических уравнений

#### 2.3.5.1. Прямой алгоритм решения

Линеаризованная система дискретных уравнений имеет вид [57]:

$$[L][U]\{u\} = \{F\}, \quad (2.72)$$

где  $[L][U] = [K]$  – факторизированная глобальная матрица жесткости,  $\{u\}$  – глобальный вектор неизвестных;  $\{F\}$  – глобальный вектор нагрузок.

Используя замену:

$$\{w\} = [U]\{u\}, \quad (2.73)$$

решаем полученную СЛАУ относительно  $\{w\}$ :

$$[L]\{w\} = \{F\}. \quad (2.74)$$

Искомый вектор неизвестных вычисляется при применении процедуры обратной замены:

$$[U]\{u\} = \{w\}. \quad (2.75)$$

#### 2.3.5.2. Итерационный алгоритм решения

Линеаризованная система дискретных уравнений имеет вид [57]:

$$[A]\{\varphi\} = \{b\}, \quad (2.76)$$

где  $[A]$  – матрица коэффициентов;  $\{\varphi\}$  – вектор решений;  $\{b\}$  – правая часть СЛАУ.

Система линейных алгебраических уравнений решается итерационным методом (Incomplete Lower Upper, ILU):

$$\varphi^{n+1} = \varphi^n + \varphi', \quad (2.77)$$

$$A\varphi' = r^n, \quad (2.78)$$

$$r^n = b - A\varphi^n, \quad (2.79)$$

где  $r^n$  – невязки на  $n$ -й итерации.

## **2.4. Программная реализация разработанной методики**

### **2.4.1. Базовое программное обеспечение**

Основные верификационные и апробационные исследования проводились на базе Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ МГСУ) с использованием базового лицензионного универсального программного комплекса (ПК) ANSYS. В выбранном базовом ПК программно реализована численная методика решения динамических задач аэрогидроупругости в связанной постановке. С использованием внутреннего языка программирования APDL проведена оптимизация и параметризация многовариантных расчетных исследований.

Универсальный программный комплекс ANSYS существует и развивается на протяжении последних 30 лет, и сертифицирован по основным зарубежным и отечественным стандартам (ISO 9000-3, ISO-9001, British standard BS 5750, Lloyd's Register's software certification, The TickIT initiative, NAFEMS QA certification, Госатомнадзора России, Морского Регистра России и др.).

В 2010 г. ПК ANSYS Mechanical верифицирован согласно требованиям Российской академии архитектуры и строительных наук [15] (свидетельство РААСН №02/ANSYS/2010) силами сотрудников ЗАО НИЦ СтаДиО и НОЦ КМ МГСУ. Автор диссертации является членом авторского коллектива «верификаторов».

#### 2.4.1.1. Возможности и структура базового ПК

Универсальный ПК ANSYS позволяет решать инженерные и наукоемкие линейные и нелинейные, стационарные и нестационарные пространственные задачи механики деформируемого твёрдого тела (включая нестационарные геометрически и физически нелинейные задачи контактного взаимодействия элементов конструкций), задач механики жидкости и газа, теплопередачи и теплообмена, электродинамики, акустики, а также механики связанных полей.

Для решения связанных задач аэрогидроупругости в ПК ANSYS реализовано два подхода:

1) *Прямой метод (Direct Method)* – основан на КЭ-анализе связанных полей с использованием специализированных конечных элементов в постановке *Лагранжа*. Например, для моделирования связанной системы «тонкостенный резервуар – жидкость» можно использовать КЭ SHELL181 и FLUID80, соответственно.

2) Методы *передачи нагрузки (Load Transfer Methods)* – основаны на проведении двух или более типов расчетов, связанных с анализом различных расчетных полей, в связанной постановке посредством двусторонней передачи расчетных данных между различными решателями в виде, например, перемещений (с одной стороны) и нагрузки (с другой стороны). Процесс передачи и обмена данными осуществляется с помощью специализированной программной надстройки Workbench: System Coupling и решателя ANSYS Multi-field solver (MFX-Multiple code). Так, для связанной системы «сооружение – жидкость» НДС и динамическое поведение сооружения моделируется в ПК ANSYS Mechanical (решатель: ANSYS-solver), а динамические характеристики потока вычисляются в ПК ANSYS CFD (CFX- или Fluent-Solver). При расчете на каждом шаге по времени в ПК ANSYS Mechanical передаются нагрузки (аэродинамические силы), а в ПК ANSYS CFX – значения перемещений сооружения.

Для определения НДС и динамического поведения сооружения и решения задач гидрогазодинамики без учета нелинейного поведения жидкости/газа (задачи

колебание жидкости в сосуде с небольшими амплитудами и без заплесков) выбран базовый ПК ANSYS Mechanical.

Функционально ANSYS Mechanical состоит из трех модулей:

– препроцессор ANSYS-Pre (создание геометрической и КЭ-моделей, задание физических параметров материалов, определение граничных и начальных условий, задание типа расчета и определение физического времени счета и шага по времени и др.);

– решатель ANSYS-Solver (задание параметров расчета, выбор численных схем, определение количества итераций на шаге по времени и проведение расчета др.);

– постпроцессора ANSYS-Post (визуализация результатов в виде изображений, видео, графиков и таблиц).

Для проведения многовариантных расчетных исследований КЭ-модели создаются с использованием программ (макросов), написанных на внутреннем языке программирования APDL.

Для решения задач гидрогазодинамики с учетом нелинейного поведения жидкости/газа (задачи внешнего обтекания; колебание жидкости в сосуде с большими амплитудами и заплесками) в качестве базового выбран ПК ANSYS CFX, который позволяет моделировать поведение как сжимаемой, так и несжимаемой жидкости в ламинарном и турбулентном режимах в однофазной или многофазной постановках

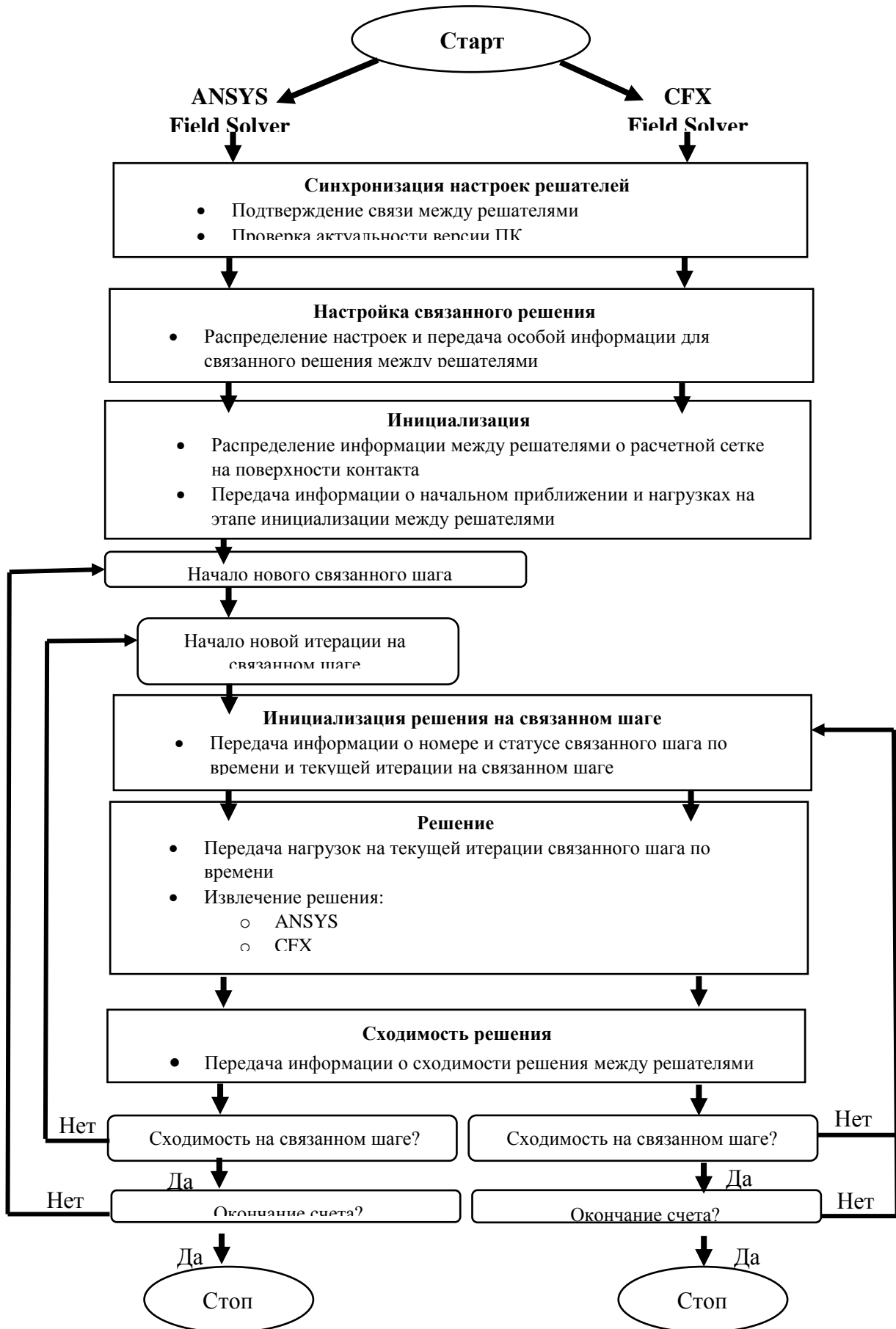


Рис. 2.2. Схематическое представление проведения расчета в связанной постановке методом *передачи нагрузки* (*Load Transfer Method*)

Функционально ANSYS CFX состоит из трех модулей:

– препроцессор CFX-Pre (задание физических параметров жидкости/газа, определение граничных и начальных условий, выбор режима течения (назначение модели турбулентности в случае турбулентного режима), задание параметров деформируемых сеток, задание типа расчета и определение физического времени счета и шага по времени и др.);

– решатель CFX-Solver (задание параметров расчета, выбор численных схем, определение количества итераций на шаге по времени как для CFD-расчета, так и для FSI-расчета, задание параметров сходимости решения – уровень невязок, факторы релаксации и др.);

– постпроцессора CFX-Post (визуализация результатов в виде изображений, видео, графиков и таблиц).

ПК ANSYS CFX отсутствует встроенная возможность генерации расчетных сеток. Поэтому в качестве инструмента для создания расчетных сеток выбран препроцессор ПК ANSYS Mechanical – с использованием внутреннего языка программирования APDL разработаны параметризуемые программы (макросы) по результатам отработки которых генерируется расчетная сетка, которая далее импортируется в препроцессоре ПК ANSYS CFX.

Для проведения связанных аэрогидроупругих расчетов применяется метод *передачи нагрузки (Load Transfer Methods)* с использованием специализированной программной надстройки Workbench: System Coupling и решателя ANSYS Multi-field solver (MFX-Multiple code).

#### *2.4.1.2. Особенности моделирования поведения системы «сооружение-жидкость» в лагранжевой постановке*

При решении задач гидроупругости, связанных с моделированием поведения жидкости в сосудах при воздействии гравитационных сил, а также с учетом динамического воздействия, для моделирования *жидкости* используются объемные восьмиузловые конечные элементы FLUID80. Этот тип КЭ является



модификацией элемента SOLID45 с нулевой сдвиговой жесткостью и имеет по три степени свободы в каждом узле (перемещения  $UX$ ,  $UY$ ,  $UZ$ ). Свободная поверхность моделируется за счет введения специального «пружинного» эффекта с обязательным заданием гравитационных сил. Важно отметить, что при создании элемента, необходимо стремиться к прямоугольной (кубической) форме, для достижения наилучшей точности.

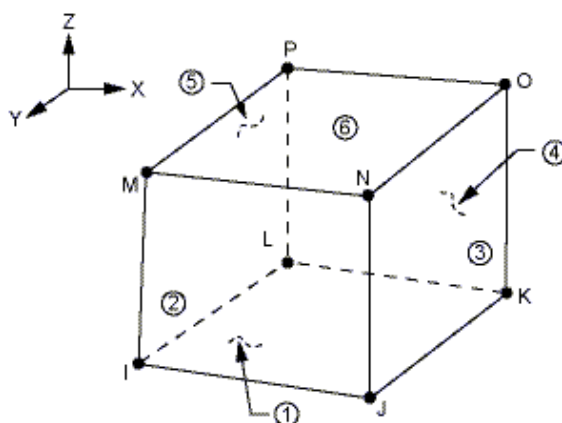


Рис.2.3. Конечный элемент жидкости FLUID80 (ANSYS Mechanical)

Свойства материала (жидкости), такие как модуль упругости ( $EX$ ), коэффициент температурного расширения ( $ALPX$ ), плотность ( $DENS$ ) и вязкость ( $VISC$ ), задаются командой  $MP$ .

На общих поверхностях жидкости и конструкции (оболочки) накладываются условия совместности перемещений по степеням свободы по нормали к поверхностям с использованием команды  $CP$ .

Для вычисления собственных частот и форм колебаний жидкости используется *редуцированный метод*. Он позволяет проводить вычисления быстрее, чем метод итераций в подпространстве, поскольку для вычисления использует редуцированные матрицы. Однако его применение приводит к понижению точности результатов, поскольку применяется сосредоточенная (концентрированная) матрица масс. Для использования этого метода необходимо назначение «мастера степеней свободы» по нормали ко всем узлам *свободной поверхности жидкости*.

Для моделирования *оболочечных конструкций* используются четырехузловые пространственно-оболочечные конечные элементы SHELL181. В данном типе конечных элементов реализована теория оболочек Миндлина-Рейсснера.

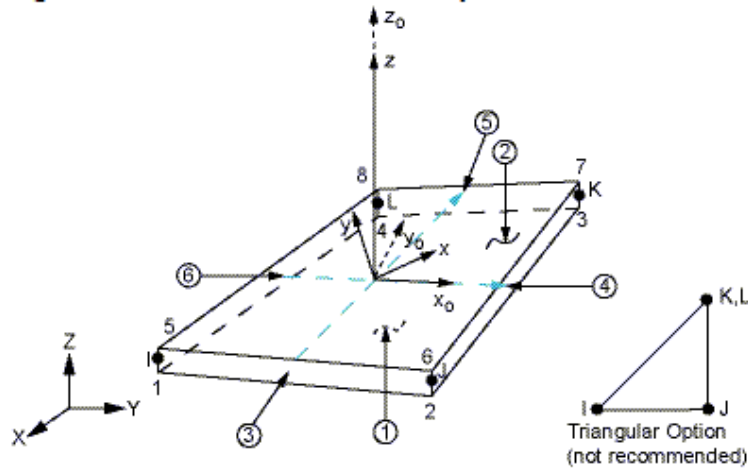


Рис.2.4. Конечный элемент SHELL181

Решение СЛАУ выполняется прямым разреженным метод (Sparse Direct Solver).

При решении задачи в динамической постановке применяется неявный метод Ньюмарка. Параметры интегрирования Ньюмарка  $\alpha$ ,  $\delta$  по умолчанию принимаются равными:  $\alpha = 0,2525$  и  $\delta = 0,505$ . Эти параметры можно изменять командой TINTP.

После выбора типа интегрирования, командой DELTIM задается шаг интегрирования по времени. При выборе шага интегрирования по времени соблюдать следующие рекомендации:

- шаг интегрирования необходимо принимать равным или кратным шагу исходного динамического воздействия (например, акселерограммы);

- минимальный рекомендуемый шаг интегрирования рассчитывается из следующих соображений: например, в рассматриваемом сейсмическом диапазоне частот от 0 до 33 Гц период колебаний на наивысшей частоте равен 0,03 с,

соответственно  $\Delta t_{\min} = \frac{1}{33 \cdot 6} \approx 0,005$  с.

Динамическое воздействие в виде акселерограммы задается с использованием команды *ACEL*.

При проведении расчета с учетом общесистемного демпфирования конструкций в ПК ANSYS Mechanical необходимо задать коэффициенты демпфирования Релея ( $\alpha$  и  $\beta$ ).

#### 2.4.1.3. Особенности моделирования поведения системы «сооружение-жидкость» в смешанной постановке ALE (ANSYS Mechanical ↔ ANSYS CFX)

При проведения связанных аэрогидроупругих расчетов в связке ПК ANSYS Mechanical ↔ ANSYS CFX процесс передачи и обмена данными между решателями осуществляется с помощью специализированной программной надстройки Workbench: System Coupling и решателя ANSYS Multi-field solver (MFX-Multiple code).

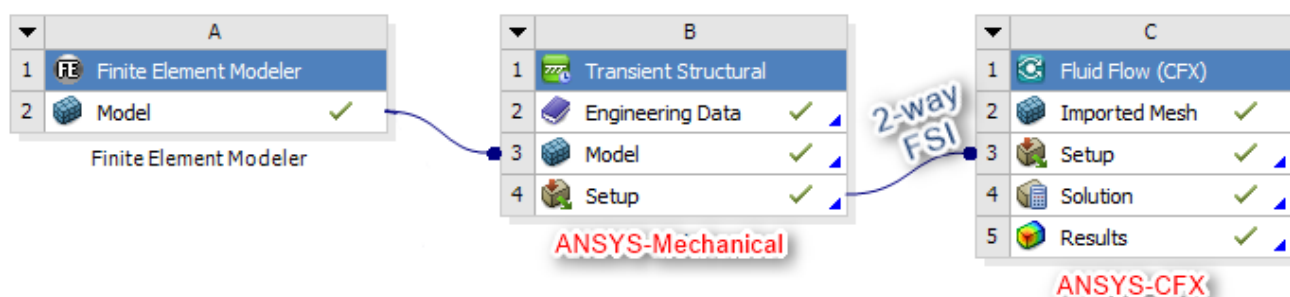


Рис.2.5. Схема взаимодействия двух решателей в Workbench: System Coupling

Для передачи данных между решателями (в ПК ANSYS Mechanical – нагрузки (аэродинамические силы), а в ПК ANSYS CFX – значения перемещений конструкции) в модуле «ANSYS Mechanical – Model» необходимо назначить соответствующие контактные поверхности (Fluid-Structure Interface), а в «ANSYS-CFX – Setup» при задании граничных условий обеспечить соответствующую связь с созданной контактной поверхностью (Boundary Details – Mesh Motion – Option: ANSYS MultiField –...).

При решении связанных задач во избежание возникновения ошибок, связанных с появлением вытянутых, искривленных элементов необходимо

задавать адекватные параметры перестроения сетки (Mesh Deformation), в частности, жесткости сетки (Mesh Stiffness) вблизи подвижных границ, особенно, если на последних присутствуют острые углы.

Основные уравнения для перестроения расчетной сетки:

$$\nabla(\Gamma_{disp} \nabla \delta) = 0 \quad (2.80)$$

где  $\delta$  – перемещение узла сетки относительно положения на предыдущем шаге,  $\Gamma_{disp}$  – жесткость сетки (значение варьируется от  $10^{-15}$  до  $10^{15}$ ).

В ANSYS CFX существует три способа задания жесткости сетки:

1) увеличение жесткости сетки вблизи малых объемов (Increase Near Small Volumes) заданием экспоненциального коэффициента жесткости  $C_{stiff}$  (по умолчанию  $C_{stiff}=2$ ):

$$\Gamma_{disp} = \left( \frac{V_{ref}}{V} \right)^{C_{stiff}} \quad (2.81)$$

где  $\Gamma_{disp}$  – жесткость сетки,  $V$  – размер конечного объема,  $V_{ref}$  – размер относительного объема (задается пользователем или вычисляется по умолчанию как осредненная величина по всем конечным объемам);

2) увеличение жесткости сетки вблизи границ (Increase Near Boundaries) заданием экспоненциального коэффициента жесткости  $C_{stiff}$  (по умолчанию  $C_{stiff}=2$ ):

$$\Gamma_{disp} = \left( \frac{L_{ref}}{d} \right)^{C_{stiff}} \quad (2.82)$$

где  $d$  – расстояние до ближайшей границы – «стенки»,  $L_{ref}$  – относительный линейный размер (задается пользователем или вычисляется по умолчанию как глобальный линейный масштаб);

3) увеличение жесткости сетки заданием пользовательской функции.

Дополнительно необходимо выбрать «диффузионную схему» для вычисления перемещения сетки (meshdisp diffusion scheme), соответствующую параметру 3 (по умолчанию – параметр равен 2, CFX-Solver Expert Control Parameters).

При итерационном решении уравнений (2.80) рекомендуется назначать уровень невязок  $RMS \geq 10^{-4}$  с максимальным количеством итераций на шаге не меньше 5.

Для обеспечения сходимости и устойчивости решения на каждом связанном шаге по времени необходимо задавать следующие параметры расчета:

– максимальное количество итераций на каждом связанном шаге (по умолчанию: maximum number of stagger iterations = 10);

– критерий сходимости для нагрузок и перемещений (по умолчанию:  $TOLER = 10^{-2}$  (1%));

– фактор релаксации  $\alpha$  для вычисления нагрузок и перемещений на каждой итерации связанного шага:

$$\varphi = \varphi_{pre} + \alpha(\varphi_{new} - \varphi_{pre}), \quad (2.83)$$

где  $\varphi_{new}$  – значение переменной, вычисленной на текущей итерации,  $\varphi_{pre}$  – значение переменной, вычисленной на предыдущей итерации,  $\alpha$  – коэффициент релаксации (по умолчанию равен 0.75),  $\varphi$  – скорректированное значение искомой величины на текущей итерации.

Чем меньше значение коэффициент релаксации, тем дольше требуется времени на расчет и больше итераций на связанном шаге. Поэтому рекомендуется начинать со значения по умолчанию. При неустойчивом решении и недостижении необходимого уровня сходимости рекомендуется коэффициент релаксации уменьшать.

Связанное решение считается сошедшимся при условии:

$$\varepsilon^* = \frac{\log(\varepsilon / TOLER)}{\log(10.0 / TOLER)} \leq 0, \quad (2.84)$$

$$\varepsilon = \left\| \left\| \varphi_{new} \right\| - \left\| \varphi_{pre} \right\| \right\| / \left\| \left\| \varphi_{new} \right\| \right\|. \quad (2.85)$$

### 2.4.2. Собственные программные разработки

Для проведения многовариантных расчетных исследований (верификационных, глава 3, и апробационного, глава 4) с помощью языка программирования Python и встроенного в ПК ANSYS – APDL разработаны программы, позволяющие ускорить и параметризовать процесс создания расчетных сеток и КЭ-моделей и обработку полученных результатов. Их краткое описание и назначение представлено в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Описание собственных программных разработок

Название (раздел диссертации)	Назначение, параметризация
BARC_CFD.mac (п. 3.2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <b>создание геометрии обтекаемого тела:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ различное соотношение сторон (B:D:L)</li> <li>➤ радиус скругления острых кромок (R)</li> </ul> </li> <li>✓ <b>создание геометрии расчетной области:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ прямоугольной формы (подобие рабочей части АДТ)</li> <li>➤ цилиндрической формы (для вариантного задания угла атаки ветра)</li> </ul> </li> <li>✓ <b>создание расчетной сетки:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ структурированная, неструктурированная, частично структурированная</li> <li>➤ параметризованное разрешение пристеночной области (в зависимости от заданных Re и <math>y^+</math>)</li> <li>➤ параметризованное разрешение особых зон вихреобразования</li> </ul> </li> <li>✓ <b>создание узловых компонент для задания граничных условий</b></li> </ul>
turek_CFD.mac (п. 3.3)	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <b>создание геометрии обтекаемого тела и расчетной области:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ параметризованное задание геометрических характеристик</li> </ul> </li> <li>✓ <b>создание расчетной сетки:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ структурированная, неструктурированная, частично структурированная</li> <li>➤ параметризованное разрешение пристеночной области</li> <li>➤ параметризованное разрешение особых зон вихреобразования</li> </ul> </li> <li>✓ <b>создание узловых компонент для задания граничных условий</b></li> </ul>

Название (раздел диссертации)	Назначение, параметризация
turek_CSM.mac (п. 3.3)	✓ <b>создание КЭ-модели упругой гибкой конструкции (балки)</b>
RVS5000_Exp.mac (п. 3.4)	✓ <b>создание КЭ-моделей:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ тонкостенных конструкций экспериментальной модели резервуара РВС-5000 (масштаб 1:17.5) с жидкостью (параметризованное задание геометрических, физических характеристик, граничных условий и уровня разлива)</li> <li>➤ конструкция экспериментальной установки – рамы</li> <li>➤ многовариантное задание динамического воздействия</li> </ul>
RVSPA50000.mac (глава 4)	✓ <b>создание КЭ-моделей:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ балочно-оболочечных конструкции реального резервуара РВСПА-50000 с жидкостью без учета и с учетом понтона (параметризованное задание геометрических, физических характеристик, граничных условий и уровня разлива)</li> <li>➤ многовариантное задание динамического воздействия</li> </ul>
CxCyCMz.py	✓ <b>программа для пост-обработки результатов:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ построение таблиц со значениями средней и пульсационной составляющих интегральных коэффициентов аэродинамических сил (на входе – папка, содержащая файлы результатов *.res, на выходе – текстовый файл со значениями контролируемых параметров. Работает в два этапа: 1) С помощью встроенной команды считывает данные решателя CFX-solver (временные зависимости контролируемых параметров) в текстовый файл *.csv. 2) Обработывает файлы *.csv и составляет результирующую таблицу)</li> </ul>
Cp_Cpsigma.py	✓ <b>программа для пост-обработки результатов:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ построение графиков средней (Cp_mean) и пульсационной (Cp_sigma) составляющих аэродинамического давления вдоль выбранного контура конструкции (на входе – папка, содержащая файлы результатов *.res, на выходе – два графика для всех расчетных случаев. Работает в два этапа: 1) С помощью CFX-post данные считываются в файл *.csv. 2) Построение графиков для выбранных файлов *.csv)</li> </ul>

## 2.5. Выводы по главе 2

1. Предложена адаптивная методика численного моделирования, гибко настраиваемая на объект и задачи исследования аэрогидроупругих взаимодействий жидкости и конструкции в трехмерной постановке.

2. Методика реализует альтернативные современные подходы математического моделирования поведения жидкости/газа и конструкций и численные методы решения результирующих систем.

3. Методика реализована на основе междисциплинарных («тяжелых») программных комплексов численного моделирования (прежде всего, ANSYS) и собственных программных разработок автора.

4. «Настройку» основных параметров математических моделей и численных схем разработанной методике предполагается выполнить на серии представительных верификационных задач (глава 3), а демонстрацию возможностей в решении сложных трехмерных практических задач аэрогидроупругости – на реальном объекте (глава 4).



### ГЛАВА 3. ВЕРИФИКАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ АДАПТИВНОЙ МЕТОДИКИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СТРОИТЕЛЬНОЙ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ

#### 3.1. Обоснование выбора верификационных задач

Ввиду того, что практический интерес в различных технических сферах приложения (в частности, строительной гидрогазодинамики и аэрогидроупругости) представляют задачи моделирования развитых турбулентных течений, протекающих при высоких числах Рейнольдса, *первой* верификационной задачей выбран тест, в котором исследуются методы моделирования турбулентных течений. Обозначенные вопросы и ошибки, выявленные на основе опыта численного моделирования ветровых воздействий на строительные конструкции уникальной формы за последние несколько лет [8, 16, 25, 65, 66], связанные с достоверным моделированием турбулентности, заданием физических и вычислительных параметров для получения наиболее аутентичных результатов, качеством и структурой сетки, схемой дискретизации и итерационной сходимостью, позволили остановить выбор (из многочисленных существующих в мировой практике тестовых задач) на «бэнчмарке» BARC [68] (см. раздел 3.2).

Результаты этого теста [3, 55] определили дальнейший выбор верификационных задач, исключаящих на данном этапе исследований неопределенности, относящиеся к особенностям моделирования турбулентности (т.е. соответствие диапазона рассматриваемых скоростей потока ламинарному режиму течения).

В качестве *второго* верификационного примера выбран другой известный в мировой практике «бэнчмарк» [138]. В его фокусе лежит верификация и валидация методов расчета задачи аэрогидроупругости на примере внешнего

обтекания гибкой упругой балки, расположенной в следе за неподвижными жестким цилиндром и погруженной в вязкую несжимаемую жидкость.

Следующие два верификационных примера (*третий* и *четвертый*), посвященные верификации методики моделирования задач гидроупругости для системы «резервуар–жидкость», выбраны в силу актуальности и недостаточной изученности вопроса. На этих тестовых задачах, имеющих теоретическое и экспериментальное эталонные решения, исследуются диапазоны применимости альтернативных численных подходов моделирования жидкости со свободной поверхностью при кинематических динамических воздействиях.

Основным критерием выбора серии верификационных примеров послужило наличие их достоверного расчетного и экспериментального подтверждения.

### **3.2. Моделирование трехмерного нестационарного турбулентного обтекания прямоугольной призмы**

В июне 2008 г. (Италия, г. Милан) на 4-м международном коллоквиуме, посвященном вопросам аэродинамике плохообтекаемых тел (BBAА VI International Colloquium on: Bluff Bodies Aerodynamics & Applications), при поддержке Международной ассоциации ветровой инженерии (International Association for Wind Engineering, IAWE) был объявлен «бэнчмарк» (Benchmark on the Aerodynamics of a Rectangular 5:1 Cylinder, BARC) – исследование аэродинамики прямоугольной призмы с соотношением сторон в поперечном сечении  $D:B=1:5$  [68].

Соотношение сторон в поперечном сечении (5:1) было выбрано не только с целью фундаментальных исследований, но и получения исчерпывающей информации об аэродинамике конструкций подобной формы, представляющих интерес в гражданском строительстве (например, таких как, большепролетные мосты, высотные здания и т. д.) на основе полученных численных и экспериментальных (в АДТ) результатов.

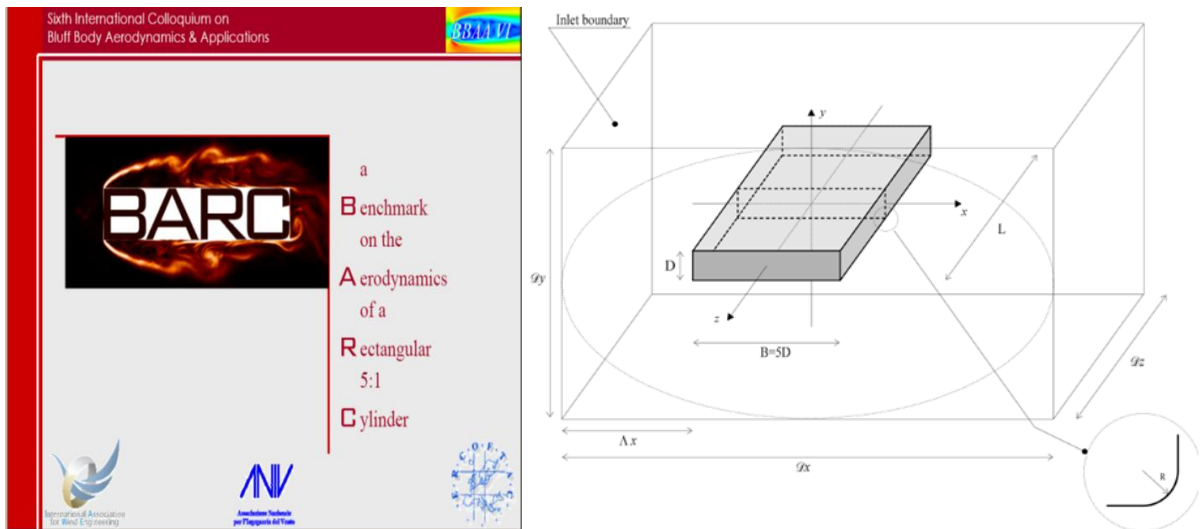


Рис. 3.1. «Бэнчмарк» BARC. Геометрические параметры модели

В рассматриваемой задаче обтекание происходит в турбулентном режиме (число Рейнольдса  $Re=4 \cdot 10^4$ ). Расчетное направление потока соответствует углу атаки  $\alpha = 0^\circ$ , т.е. положительному направлению оси X (рис. 3.1).

Основные цели исследования следующие:

- более глубоко исследовать аэродинамические характеристики сооружений прямоугольного профиля и особенности структуры турбулентного воздушного потока около конструкций подобной формы;
- исследовать значимость трехмерных эффектов для этой задачи;
- оценить влияние качества и структуры расчетной сетки и различных способов моделирования турбулентности на результаты численных экспериментов;
- оценить согласованность результатов численного моделирования и экспериментов, проведенных в АДТ;
- оценить согласованность результатов численных экспериментов, проводимых с использованием различных способов моделирования турбулентного потока и численных методов.

### 3.2.1. Описание расчетных моделей

#### 3.2.1.1. Параметры расчетов. Граничные и начальные условия

Многовариантные расчетные исследования проводились в трехмерной стационарной и нестационарной постановках. Турбулентное поведение жидкости моделировалось тремя способами, а именно с помощью моделей турбулентности SST (RANS подход), LES-WALE и DES-SST.

В качестве «эталонного» решения выбраны данные хорошо описанного эксперимента в аэродинамической трубе [67]. Расчетная область (ее конфигурация и размеры) полностью соответствовала рабочей части АДТ.

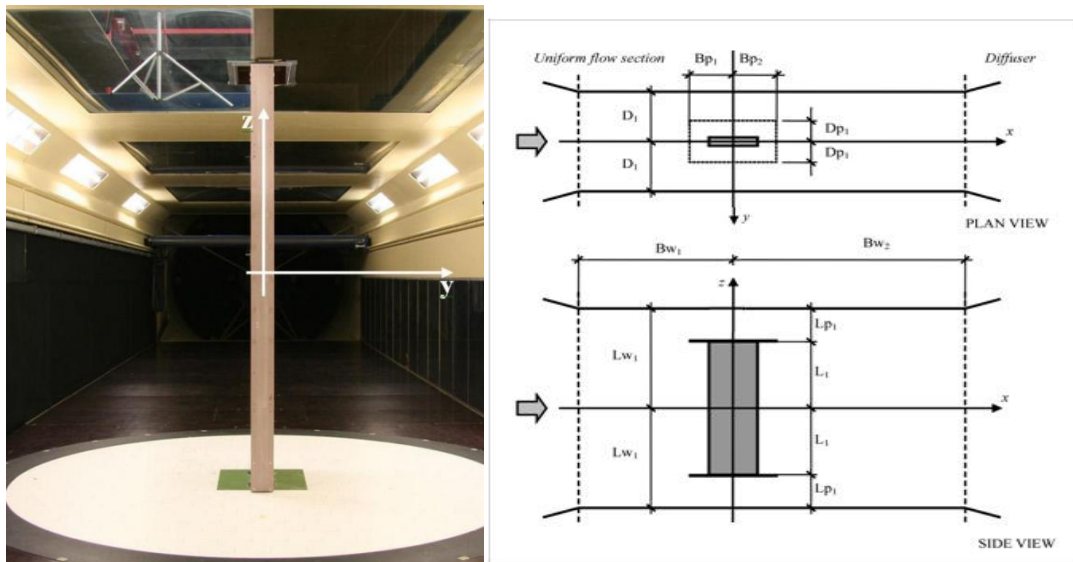


Рис. 3.2 Геометрические параметры расчетной области – рабочей части АДТ [67]

На *входе*, как и в эксперименте [67], задается постоянный профиль скорости  $U_{\infty}=7.5$  м/с ( $Re=5 \cdot 10^4$ ) с нулевой интенсивностью турбулентности  $It=0\%$ . Масштаб вихря равен 3 м. На *выходе* задаются мягкие граничные условия «Opening» с осредненным относительным давлением равным нулю. На *боковых границах* области задается условие периодичности. На *стенках* АДТ и на *поверхности обтекаемого тела* задается условие прилипания на стенке (все компоненты скорости равны нулю) без учета шероховатостей.

В качестве начальных условий для нестационарных расчетов применялись результаты расчетов, выполненных в стационарной постановке с использованием модели турбулентности SST.

Численные расчеты в нестационарной постановке проводились с шагом по времени  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$  (число Куранта,  $Co = \frac{U_\infty \Delta t}{\Delta x} \sim 1$ , где  $\Delta x$  – минимальный размер ячейки по оси X). Применялась схема адвекции высокого разрешения и неявная схема интегрирования по времени второго порядка.

Критерием сходимости и окончания счета для *стационарной* постановки являлось достижение заданного уровня максимальных невязок  $10^{-5}$  и выход на асимптоту зависимостей аэродинамических сил от номера шага (условного времени). Для задач в *нестационарной* постановке – выход на устойчивый режим течения, который отслеживался по временным зависимостям периодической природы аэродинамических сил и достижение заданного уровня максимальных невязок  $10^{-5}$ . При этом максимальное количество итераций на шаге не превышало 10.

В качестве контролируемых параметров выбраны статистические характеристики обтекания (средняя и пульсационная (стандартное отклонение) составляющие аэродинамического коэффициента давления  $C_p$  (3.1), интегральных нагрузок – аэродинамических коэффициентов лобового сопротивления  $C_D$ , подъемной силы  $C_L$  и крутящего момента  $M_Z$  (3.2) и числа Струхалия  $Sh$  (3.3)):

$$C_{\bar{p}} = \frac{\bar{p}}{0.5 \rho U_\infty^2}; C_{\sigma_p} = \frac{\sigma_p}{0.5 \rho U_\infty^2} \quad (3.1)$$

$$C_{\bar{D}} = \frac{\bar{F}_D}{0.5 \rho U_\infty^2}; C_{\sigma_D} = \frac{\sigma_D}{0.5 \rho U_\infty^2}; C_{\bar{L}} = \frac{\bar{F}_L}{0.5 \rho U_\infty^2}; C_{\sigma_L} = \frac{\sigma_L}{0.5 \rho U_\infty^2}; C_{\bar{M}_Z} = \frac{\bar{M}_Z}{0.5 \rho U_\infty^2}; C_{\sigma_{M_Z}} = \frac{\sigma_{M_Z}}{0.5 \rho U_\infty^2} \quad (3.2)$$

$$Sh = \frac{f_l D}{U_\infty} \quad (3.3)$$

где  $\rho$  – плотность среды, [кг/м<sup>3</sup>];  $f_l$  – низшая частота колебаний подъемной силы  $F_L$ , [Гц].

### 3.2.1.2. Расчетные сетки

Исследовалась зависимость численных результатов: а) от степени дискретизации расчетной области в пристеночном слое в плоскости потока XY (варьировался параметр  $y^+$ ), б) от степени дискретизации расчетной области в направлении из плоскости потока вдоль оси OZ и в) от размера расчетной области в направлении из плоскости потока вдоль оси OZ.

Расчетные сетки создавались в препроцессоре программного комплекса ANSYS Mechanical с использованием разработанного параметризованного макроса, написанного на внутреннем языке программирования APDL (BARC\_CFD.mac). Пример расчетной сетки, неструктурированной в плоскости XY и структурированной в направлении OZ, показан на рисунке 3.3. Варианты всех расчетных моделей с указанием варьируемых параметров представлены в таблице 3.1.

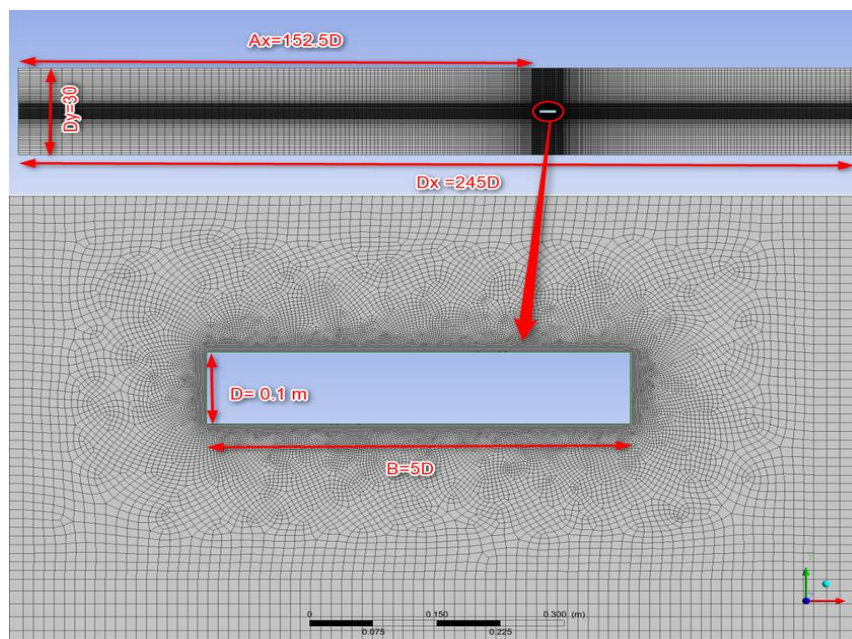


Рис. 3.2. Размеры расчетной области и топология сетки. Модель 14 в таблице 3.1

### 3.2.2. Результаты расчетов

Ниже в таблицах 3.2-3.3 и на рисунках 3.3-3.5 представлены результаты многовариантных расчетов в сопоставлении с «эталонным» решением [67] и другими источниками [141, 110].

Таблица 3.1 Параметры расчетных моделей

№ Модели	Модель турбулентности	L/D	Nz	Ny	Nx	dz [m]	dy [m]	dx [m]	nw [m]	ratio_xy	ratio_zx	ratio_zy	y+
1	DES	0.333	5	54	269	0.00666	0.00186	0.00186	0.00186	1.0	3.6	3.6	40
2	DES	0.5	10	538	2688	0.00500	0.00019	0.00019	0.00019	1.0	26.9	26.9	4
3	LES	0.5	10	538	2688	0.00500	0.00019	0.00019	0.00019	1.0	26.9	26.9	4
4	DES	0.5	10	54	269	0.00500	0.00186	0.00186	0.00186	1.0	2.7	2.7	40
5	LES	0.5	20	215	1075	0.00250	0.00047	0.00047	0.00047	1.0	5.4	5.4	10
6	LES	0.5	40	215	1075	0.00125	0.00047	0.00047	0.00047	1.0	2.7	2.7	10
7	LES	0.5	5	538	2688	0.01000	0.00019	0.00019	0.00019	1.0	53.8	53.8	4
8	DES	1	10	215	1075	0.01000	0.00047	0.00047	0.00047	1.0	21.5	21.5	10
9	LES	1	10	215	1075	0.01000	0.00047	0.00047	0.00047	1.0	21.5	21.5	10
10	LES	1	10	22	108	0.01000	0.00465	0.00465	0.00465	1.0	2.2	2.2	100
11	DES	1	10	108	538	0.01000	0.00093	0.00093	0.00093	1.0	10.8	10.8	20
12	DES	1	10	538	2688	0.01000	0.00019	0.00019	0.00019	1.0	53.8	53.8	4
13	LES	1	10	538	2688	0.01000	0.00019	0.00019	0.00019	1.0	53.8	53.8	4
14	DES	1	10	54	269	0.01000	0.00186	0.00186	0.00186	1.0	5.4	5.4	40
15	LES	1	10	54	269	0.01000	0.00186	0.00186	0.00186	1.0	5.4	5.4	40
16	DES	1	10	43	215	0.01000	0.00233	0.00233	0.00233	1.0	4.3	4.3	50
17	DES	1	20	54	269	0.00500	0.00186	0.00186	0.00186	1.0	2.7	2.7	40
18	LES	1	80	215	1075	0.00125	0.00047	0.00047	0.00047	1.0	2.7	2.7	10
19	DES	4	40	54	269	0.01000	0.00186	0.00186	0.00186	1.0	5.4	5.4	40
20	DES	5	50	54	269	0.01000	0.00186	0.00186	0.00186	1.0	5.4	5.4	40
21	LES	1	10	215	1075	0.01000	0.00047	0.00047	0.00005	10.0	21.5	215.0	1
22	DES	0.5	5	54	269	0.01000	0.00186	0.00186	0.00186	1.0	5.4	5.4	40
23	DES	1	10	22	108	0.01000	0.00465	0.00465	0.00465	1.0	2.2	2.2	100
24	DES	1	10	72	358	0.01000	0.00140	0.00140	0.00140	1.0	7.2	7.2	30
25	DES	2	20	54	269	0.01	0.00186	0.00186	0.00186	1	5.4	5.4	40
26	DES	3	30	54	269	0.01	0.00186	0.00186	0.00186	1	5.4	5.4	40

где: Nz, Ny, Nx – количество элементов на поверхности обтекаемого тела вдоль осей OZ, OY, OX, соответственно; dz, dy, dx – размер элементов на поверхности обтекаемого тела вдоль осей OZ, OY, OX, соответственно, [м]; nw – расстояние по нормали к поверхности от стенки до первого узла сетки, [м]; ratio\_xy ratio\_zx, ratio\_zy – соотношения размеров элемента вдоль соответствующих осей: dx/dy, dz/dx, dz/dy.

Таблица 3.2. Результаты нестационарных LES-расчетов.  
Средние ( $C_D$ ,  $C_L$ ,  $C_{M_z}$ ), пульсационные ( $C\sigma_D$ ,  $C\sigma_L$ ,  $C\sigma_{M_z}$ ) составляющие  
аэродинамических коэффициентов и число Струхала  $Sh$

Модель	$C_D$	$C\sigma_D$	$C_L$	$C\sigma_L$	$C_{M_z}$	$C\sigma_{M_z}$	$Sh$
21	1.054	0.141	-0.013	0.432	-0.012	0.045	-
3	1.049	0.140	-0.093	0.907	0.002	0.084	-
7	1.118	0.157	0.106	0.799	0.009	0.082	-
13	1.054	0.096	-0.013	0.533	-0.004	0.052	-
6	1.090	0.169	-0.013	1.138	-0.013	0.090	0.100
5	1.102	0.171	-0.043	1.122	0.008	0.095	0.099
18	0.998	0.041	0.023	0.553	-0.006	0.042	0.095
9	1.045	0.082	-0.033	0.541	-0.003	0.050	0.129
15	1.084	0.103	0.148	0.425	0.006	0.044	0.173
10	1.072	0.108	0.023	0.403	-0.005	0.045	0.173
Yu&Kareem (2006, 2011) [141]	1.176	~0.1	~0.05	~1	-	-	-
Schewe (2006, 2009) [110]	1.029	-	0.0	~0.4	-	-	0.111

Таблица 3.3. Результаты нестационарных DES-расчетов.  
Средние ( $C_D$ ,  $C_L$ ,  $C_{M_z}$ ), пульсационные ( $C\sigma_D$ ,  $C\sigma_L$ ,  $C\sigma_{M_z}$ ) составляющие  
аэродинамических коэффициентов и число Струхала  $Sh$

Модель	$C_D$	$C\sigma_D$	$C_L$	$C\sigma_L$	$C_{M_z}$	$C\sigma_{M_z}$	$Sh$
2	1.011	0.176	0.149	0.979	-0.014	0.109	0.100
12	1.142	0.060	0.077	1.091	0.006	0.083	0.122
8	1.134	0.048	0.033	1.049	0.006	0.079	0.122
11	1.106	0.027	0.057	0.927	0.007	0.069	0.122
1	1.250	0.221	-	1.505	0.184	0.116	0.133
4	1.027	0.252	0.189	1.568	0.029	0.119	0.097
14	1.078	0.021	-0.005	0.778	0.001	0.057	0.123
17	1.009	0.162	-0.229	1.170	-0.005	0.098	0.121
19	1.083	0.020	-0.009	0.781	0.001	0.058	0.123
20	1.084	0.017	-0.006	0.782	0.002	0.058	0.124
16	1.069	0.022	-0.002	0.748	0.002	0.055	0.124
Yu&Kareem (2006, 2011) [141]	1.176	~0.1	~0.05	~1	-	-	-
Schewe (2006, 2009) [110]	1.029	-	0.0	~0.4	-	-	0.111



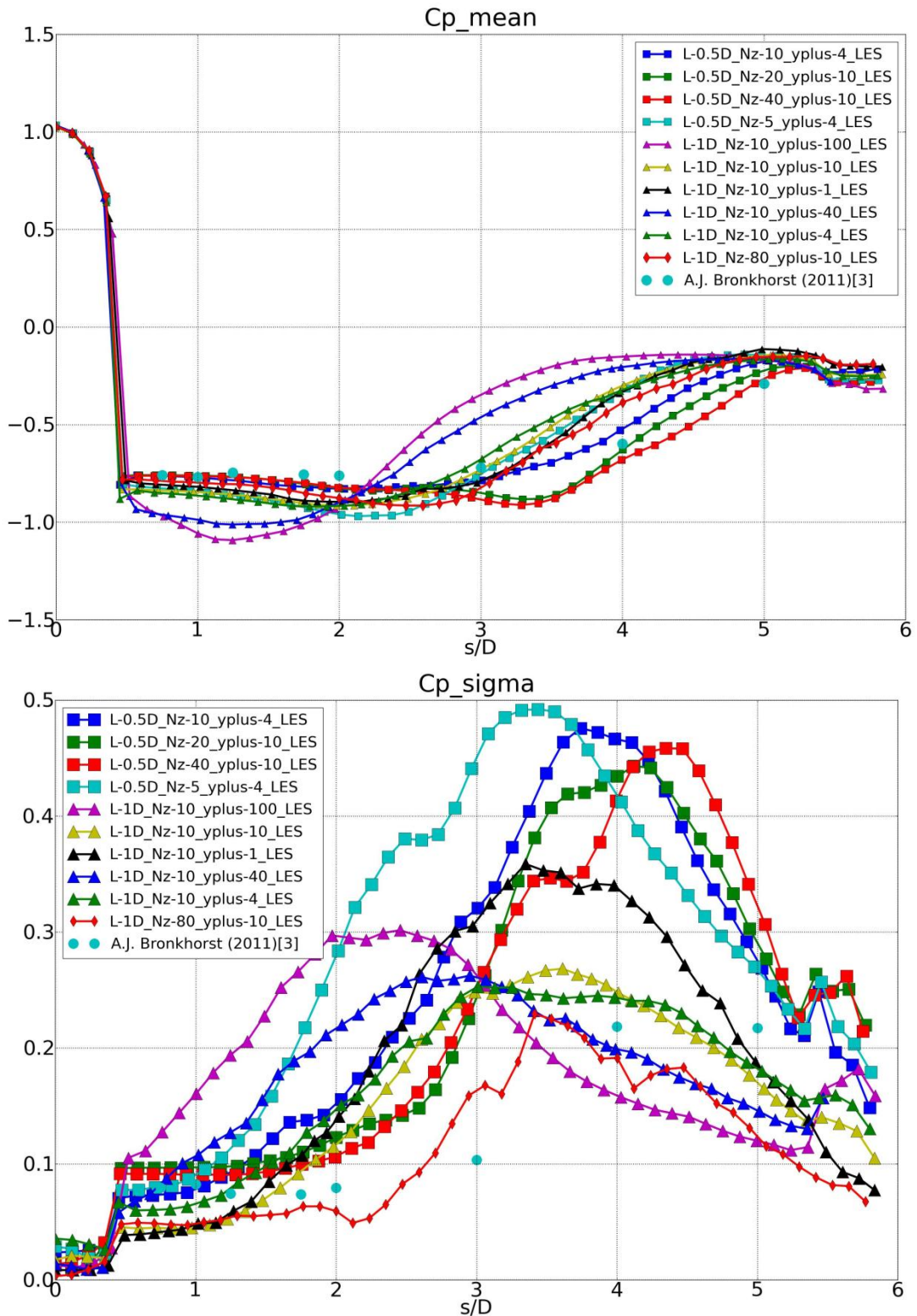


Рис. 3.3. Результаты LES-расчетов. Средняя  $C_p$  (сверху), пульсационная  $C\sigma_p$  (снизу) составляющие аэродинамического коэффициента давления вдоль верхней поверхности обтекаемого тела в направлении потока (OX). Расчетные модели (в легенде сверху вниз): 3, 5, 6, 7, 10, 9, 21, 15, 13, 18, эксперимент [67]

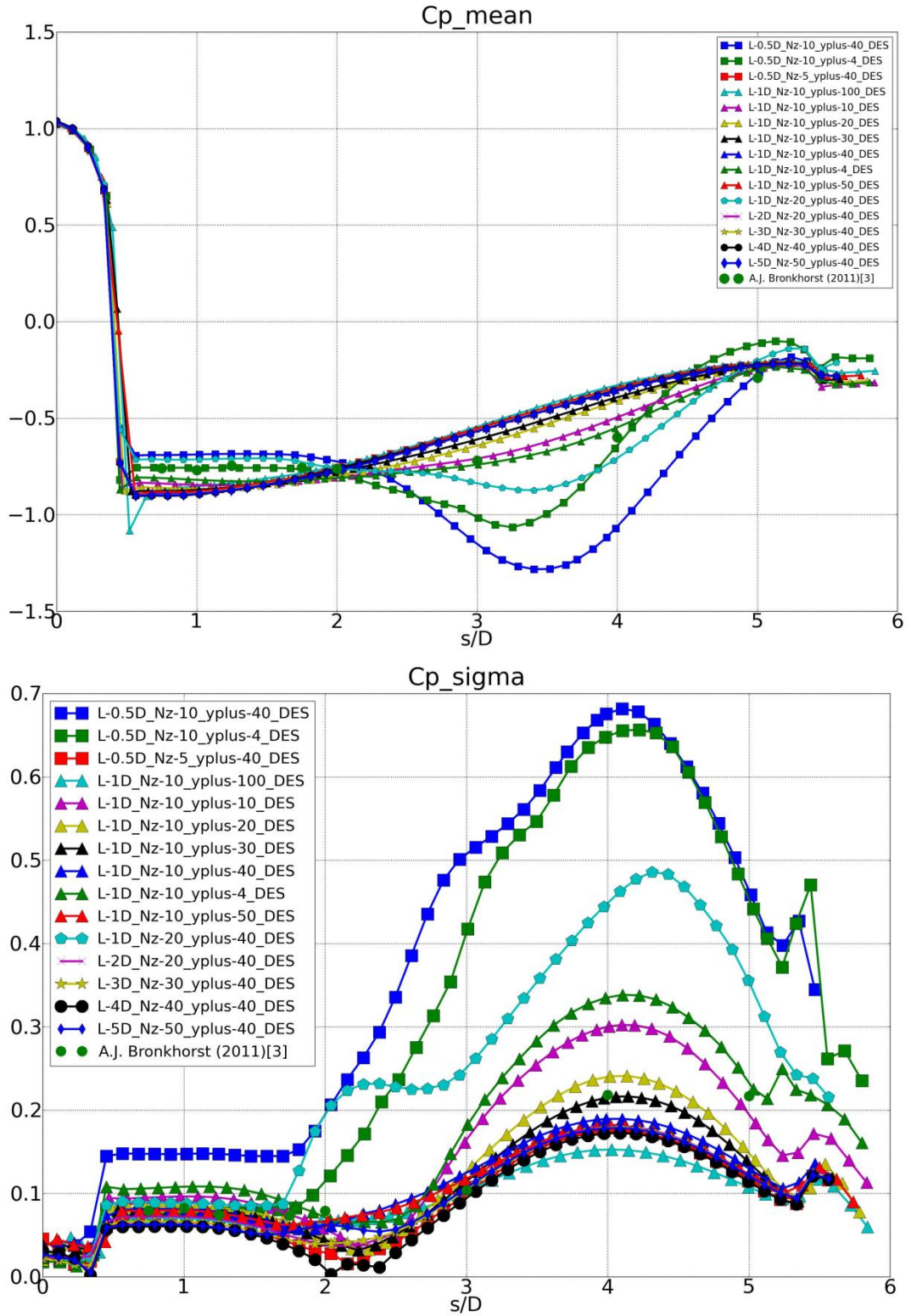


Рис. 3.4. Результаты DES-расчетов. Средняя  $C_p$  (сверху), пульсационная  $C_{\sigma p}$  (снизу) составляющие аэродинамического коэффициента давления вдоль верхней поверхности обтекаемого тела в направлении потока (OX). Расчетные модели (в легенде сверху вниз): 4, 2, 22, 23, 8, 11, 24, 14, 12, 1, 17, 25, 26, 19, 20, эксперимент [7]

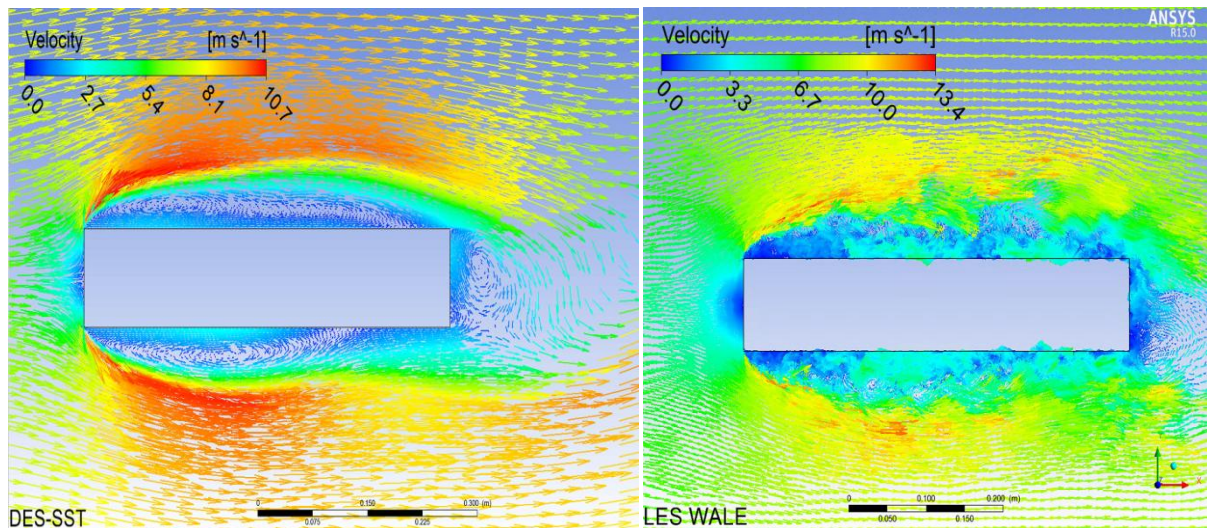


Рис. 3.5. Структура потока вблизи обтекаемого тела. Слева – модель турбулентности DES-SST, справа LES-WALE. Мгновенное поле скоростей, м/с

### 3.2.3. Анализ результатов и выводы

Многовариантные расчетные исследования с использованием модели турбулентности *LES-WALE* показали значительную зависимость результатов от разрешения области вблизи стенок обтекаемого тела (параметр  $y^+$ ) (рис. 3.3.). Значение параметра  $y^+ > 10$  ведет к переоценке максимальных значений  $C\sigma_p$ , реализующихся на поверхности обтекаемого тела раньше, чем показывает эксперимент. Что является следствием некорректного предсказания трения на стенке и размера основного отрывного вихря («main vortex» [68]) с острой кромки объекта.

Из варьируемых размеров расчетной области в поперечном направлении OZ оптимальным («приемлемое» время счета и адекватность полученных результатов) показал себя размер  $L=1D$ .

Более подробное разрешение расчетной сетки в поперечном направлении OZ (элементы вблизи стенки имеют форму, близкую к правильной) позволило максимально приблизить расчетные значения к экспериментальным (рис. 3.6).

Многовариантные расчетные исследования с использованием модели турбулентности *DES-SST* также показали значительную зависимость результатов от разрешения области вблизи стенок обтекаемого тела (параметр  $y^+$ ) (рис. 3.4). Значение параметра  $y^+ > 40$  ведет к недооценке максимальных значений  $C\sigma_p$ , а

$y^+ < 30$  – к переоценке. Причиной этому, в первом случае, может послужить недостаточное разрешение области в зонах LES, во втором – некорректная работа пристеночной функции.

Из варьируемых размеров расчетной области в поперечном направлении OZ оптимальным («приемлемое» время счета, «приемлемое» соотношение сторон элементов и адекватность полученных результатов) показал себя размер  $L=1D$ .

Интегральные характеристики для обеих моделей турбулентности показали устойчивость к варьируемым параметрам, за исключением некоторых расчетных случаев (таблица 3.2.-3.3.).

Наиболее близкие результаты расчетов к эксперименту получены для Модели 14 (DES) и Модели 18 (LES). Ниже в таблице 3.4. и рисунке 3.6. представлены результаты расчетов для этих случаев в сопоставлении с экспериментальными данными.

Таблица 3.4. Результаты нестационарных DES- и LES-расчетов наиболее близких к эксперименту [67].  
Средние ( $C_D$ ,  $C_L$ ,  $C_{M_z}$ ), пульсационные ( $C\sigma_D$ ,  $C\sigma_L$ ,  $C\sigma_{M_z}$ ) составляющие аэродинамических коэффициентов и число Струхаля  $Sh$

Модель	$C_D$	$C\sigma_D$	$C_L$	$C\sigma_L$	$C_{M_z}$	$C\sigma_{M_z}$	$Sh$
14 (DES)	1.078	0.021	-0.005	0.778	0.001	0.057	0.123
18 (LES)	0.998	0.041	0.023	0.553	-0.006	0.042	0.095
Yu&Kareem (2006, 2011) [141]	1.176	~0.1	~0.05	~1	-	-	-
Schewe (2006, 2009) [110]	1.029	-	0.0	~0.4	-	-	0.111

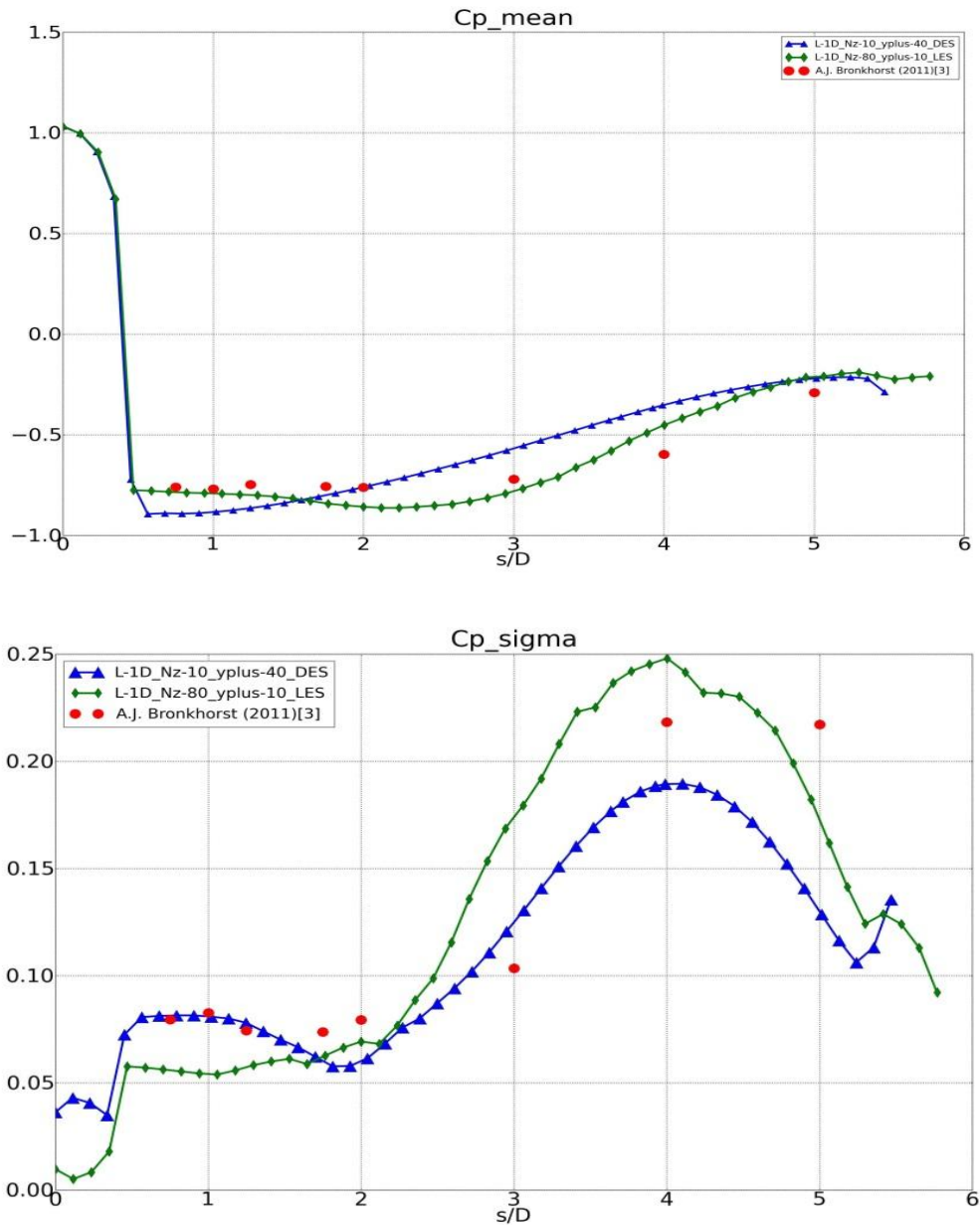


Рис. 3.6 Результаты DES- и LES-расчетов, наиболее близких к эксперименту. Средняя  $C_p$  (сверху), пульсационная  $C\sigma_p$  (снизу) составляющие аэродинамического коэффициента давления вдоль верхней поверхности обтекаемого тела в направлении потока (OX). Расчетные модели (в легенде сверху вниз): 14, 18, эксперимент [67]

Полученные результаты показали, что LES-подход более требователен к разрешению пограничного слоя вблизи стенок обтекаемого объекта (для *Модели 18* размерность задачи составила  $8 \cdot 10^6$  узлов), что влечет за собой значительное увеличение времени счета задачи. В то время как DES на порядок сокращает временные затраты (для *Модели 14* размерность задачи составила  $6 \cdot 10^5$  узлов).

### 3.3. Моделирование двумерного нестационарного обтекания гибкой упругой конструкции в связанной постановке

Специалистами из Университета Дортмунда (Institute for Applied Mathematics and Numerics, University of Dortmund, Dortmund, Germany) [138] был объявлен «бэнчмарк», посвященный тестированию существующих численных методов решения связанных задач. Объектом исследования выбрана гибкая упругая балка, прикрепленная к неподвижному абсолютно жесткому цилиндру (рис. 3.7). Вся конструкция погружена в канал с вязкой несжимаемой жидкостью и взаимодействует с движущимся потоком. Обтекание происходит в ламинарном режиме при различных числах Рейнольдса ( $Re = (\rho^f \bar{v}_{in}^f D) / \eta$ , где  $\rho^f$  – плотность жидкости,  $\bar{v}_{in}^f$  – средняя скорость потока,  $D$  – диаметр цилиндра,  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости среды). При более высоких скоростях потока ( $Re \geq 200$ ) в следе за цилиндром устанавливается периодическое (ламинарное) вихреобразование, способствующее возникновению подъемной силы (поперек потока), которая действует на балку. Следствием этого являются возникающие периодические колебания конструкции (балки), сопровождающиеся большими перемещениями. А балка в связи с изменением своей геометрической формы влияет на структуру потока.

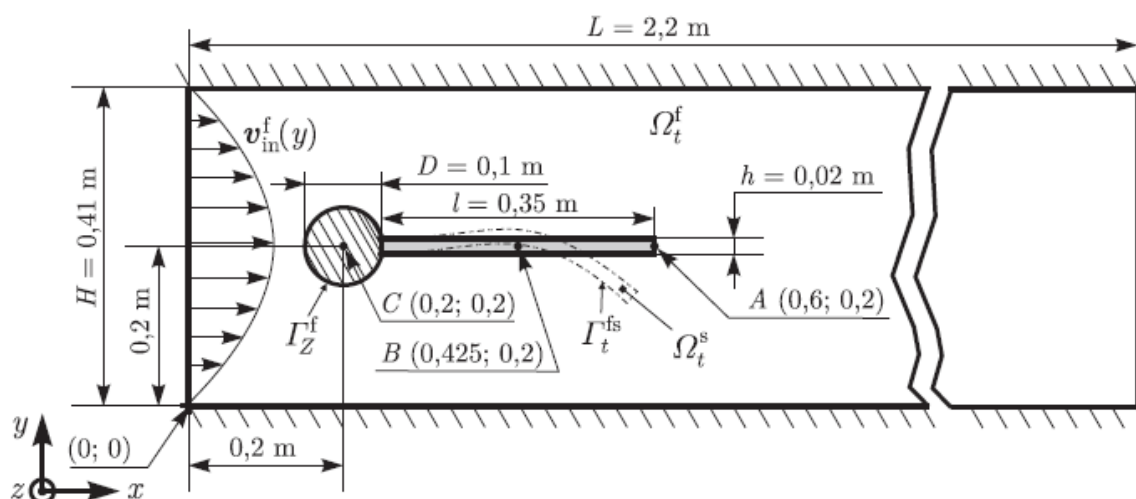


Рис. 3.7 Геометрические параметры модели

Материал гибкой упругой деформируемой конструкции имеет очень маленький модуль сдвига  $\mu$  и, соответственно, модуль упругости  $E$ . Величины используемых физических характеристик материала конструкции и жидкости напоминают эластомер или полибутадиен и глицерин, соответственно.

В качестве *контролируемых параметров* выбраны величины следующих характеристик аэрогидроупругого взаимодействия конструкции с потоком:

1) Горизонтальная  $x(t)$  и вертикальная координата  $y(t)$  – горизонтальное и вертикальное перемещение,  $u_x(t)$  и  $u_y(t)$  соответственно – точки  $A(t)$ , расположенной на конце балки (рис. 3.7). Положение точки  $A(t)$  меняется во времени в связи с динамической реакцией балки на воздействие потока.

Средние значения перемещений ( $u_{x\_mean}$ ,  $u_{y\_mean}$ ), амплитуда ( $u_{x\_ampl}$ ,  $u_{y\_ampl}$ ) и частота колебаний ( $f_{u_x}$ ,  $f_{u_y}$ ) сопоставляются в табличном виде.

2) Интегральные суммарные нагрузки – аэродинамические сила лобового сопротивления  $F_D(t)$  [Н] (вдоль оси X) и подъемная сила  $F_L(t)$  [Н] (вдоль оси Y) для всей конструкции (цилиндр и балка):

$$(F_D, F_L) = \int_S \sigma n dS \quad (3.4)$$

где  $S$  – поверхность всей конструкции (цилиндра и балки), контактирующая с потоком,  $n$  – внешняя нормаль к поверхности  $S$ ,  $\sigma$  – напряжения вдоль X (для  $F_D$ ) и вдоль Y (для  $F_L$ ).

Средние значения контролируемых параметров (п.1, п.2), амплитуды и частота колебаний вычисляются по формулам:

$$mean = \frac{1}{2}(\max + \min); \quad ampl = \frac{1}{2}(\max - \min); \quad f = \frac{1}{T} \quad (3.5)$$

где  $T$  – период колебаний [с].

Поскольку задача аэрогидроупругости по сути состоит из двух связанных между собой частей: моделирование поведения жидкости и моделирования поведения конструкции, – «бэнчмарк» разбивается на три этапа:

1) Верификация и валидация CFD-решателя, который вычисляет пространственно-временные характеристики потока (поля скоростей и давления, структуру потока, частоту и картину вихреобразования).

2) Верификация и валидация CSM-решателя, который вычисляет НДС и динамическую реакцию конструкции (напряжения, деформации, перемещения, формы и частоты вынужденных колебаний).

3) Верификация и валидация FSI-решателя, передающего данные из одного модуля в другой.

На *первых двух этапах* исследуется зависимость полученного решения от степени дискретизации в пространстве и времени: сопоставляются и анализируются результаты, полученные на различных расчетных сетках и при разных шагах по времени (для нестационарных постановок). Для *третьего этапа* на выбранных расчетных сетках исследуются параметры расчета, отвечающие за сходимость, точность связанного решения (шаг по времени, коэффициент релаксации для вычисления перемещений и нагрузок на каждой итерации, количество итераций на каждом связанном шаге по времени), и их оптимальная комбинация.

Задача решалась в двумерной постановке (в плоскости OXY). Во избежание возникновения осцилляций контролируемых параметров потока, связанных с численными эффектами, расположение обтекаемого объекта в канале немного ассиметрично относительно направления потока.

Многовариантные CFD-расчеты проводились с использованием специализированного программного комплекса ANSYS CFX. Расчеты НДС конструкции и ее динамического отклика выполнялись в программном комплексе ANSYS Mechanical.



### 3.3.1. Аэродинамические расчеты

#### 3.3.1.1. Параметры расчетов

Для проведения многовариантных CFD-расчетов вся конструкция принимается абсолютно жестким неподвижным телом, погруженным в канал с несжимаемой вязкой жидкостью. В рамках верификации и валидации CFD-решателя выполнены два типа расчетов: в стационарной (CFD1-тест) и нестационарной (CFD2-тест) постановке. Основные параметры CFD-расчетов с указанием физических характеристик среды и потока ( $\rho^f$  – плотность жидкости,  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости,  $\bar{v}_{in}^f$  – средняя скорость потока на входе,  $Re$  – число Рейнольдса) показаны в таблице 3.5.

Таблица 3.5 Параметры CFD-тестов

	CFD1	CFD2
$\rho^f$ [кг/м <sup>3</sup> ]	1000	1000
$\eta$ [Па с]	1	1
$\bar{v}_{in}^f$ [м/с]	0.2	2
$Re$ [-]	20	200

Поскольку режим течения ламинарный, модели турбулентности в расчетах не применяются. Дискретизация по пространству выполняется Методом конечных объемов (МКО).

Физическое время счета для нестационарных расчетов составило  $\sim 20$  с. Исследовалась зависимость численного решения от шага по времени (от числа Куранта,  $Co = \frac{\bar{v}_{in}^f \Delta t}{\Delta x}$ , где  $\Delta x$  – минимальный размер ячейки по оси X) проводилось при  $\Delta t_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  с и  $\Delta t_2 = 1 \cdot 10^{-2}$  с. Применяются схема адвекции высокого разрешения и неявная схема интегрирования по времени второго порядка.

Критерием сходимости и окончания счета для *стационарной* постановки являлось достижение заданного уровня максимальных невязок  $10^{-3}$  и выход на асимптоту зависимостей аэродинамических сил от номера шага (условного времени). Для задач в *нестационарной* постановке – выход на устойчивый режим течения, который отслеживался по временным зависимостям периодической природы аэродинамических сил и достижение заданного уровня максимальных

невязок  $10^{-3}$ . При этом максимальное количество итераций на шаге не превышало 10.

### 3.3.1.2. Расчетные сетки

Расчетная область (область жидкой среды в канале) разбивалась на элементы в препроцессоре программного комплекса ANSYS Mechanical с использованием разработанного параметризованного макроса, написанного на внутреннем языке программирования APDL (turek\_CFD.mac). Для удобства параметризации макроса, а также построения структурированных ортогональных сеток рабочая область сначала разбивалась на блоки (рис. 3.8). В каждом блоке задавалось свое значение минимального размера элемента и коэффициент соотношения самого большого элемента области к самому маленькому. Пример расчетной сетки с указанием варьируемых параметров показан на рисунке 3.9, а в таблице 3.6 – параметры всех разработанных расчетных сеток для CFD-тестов.

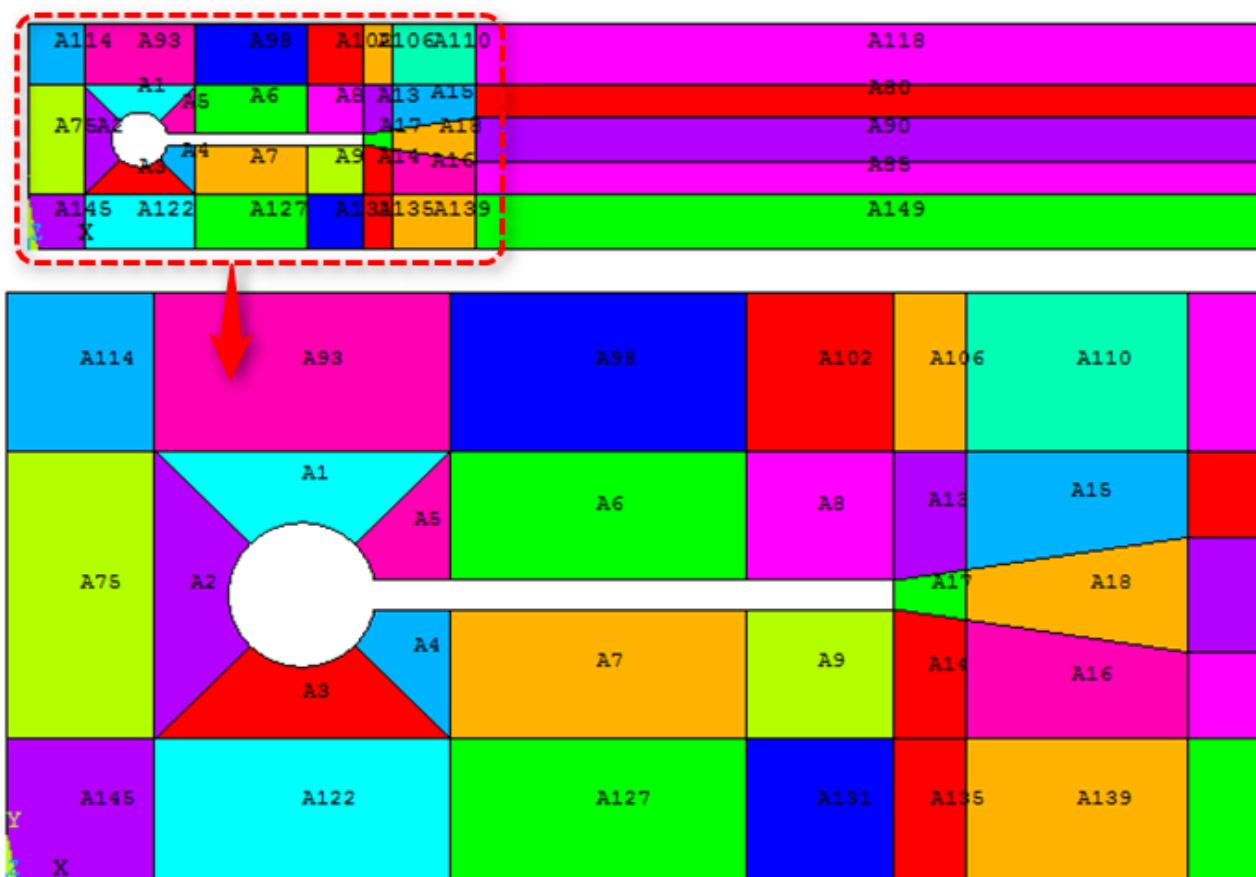


Рис. 3.8. Блочное разбиение расчетной области

Таблица 3.6. Параметры\* расчетных сеток для CFD-тестов

Вариант расчетной сетки (Модель)	Кол-во узлов	Кол-во эл-в	$ds_{cyl},M$	$dn_{cyl},M$	$ds_{beam},M$	$dn_{beam},M$	$ds_{wall},M$	$dn_{wall},M$
D	38760	24650	4.0e-3	4.0e-4	5.0e-3	7.5e-4	5.0e-3	3.0e-3
Da	91460	67200	1.5e-3	2.5e-4	5.0e-3	5.0e-4	5.0e-3	3.0e-3
Db	127110	92525	1.8e-3	2.5e-4	5.0e-3	5.0e-4	5.0e-3	3.0e-3
C	150630	74425	1.5e-3	2.5e-4	2.3e-3	5.0e-4	2.5e-3	2.5e-3
B	438740	217800	7.5e-4	1.0e-4	1.3e-3	2.5e-4	1.5e-3	7.5e-4
A	671980	334000	7.5e-4	7.5e-5	1.0e-3	2.0e-4	1.0e-3	1.0e-3

\* $ds$  – размер элементов на поверхности конструкции,  $dn$  – размер 1-го слоя элементов по нормали к поверхности; индексы *cyl*, *beam* и *wall* – на цилиндре, на балке и на стенках канала, соответственно.

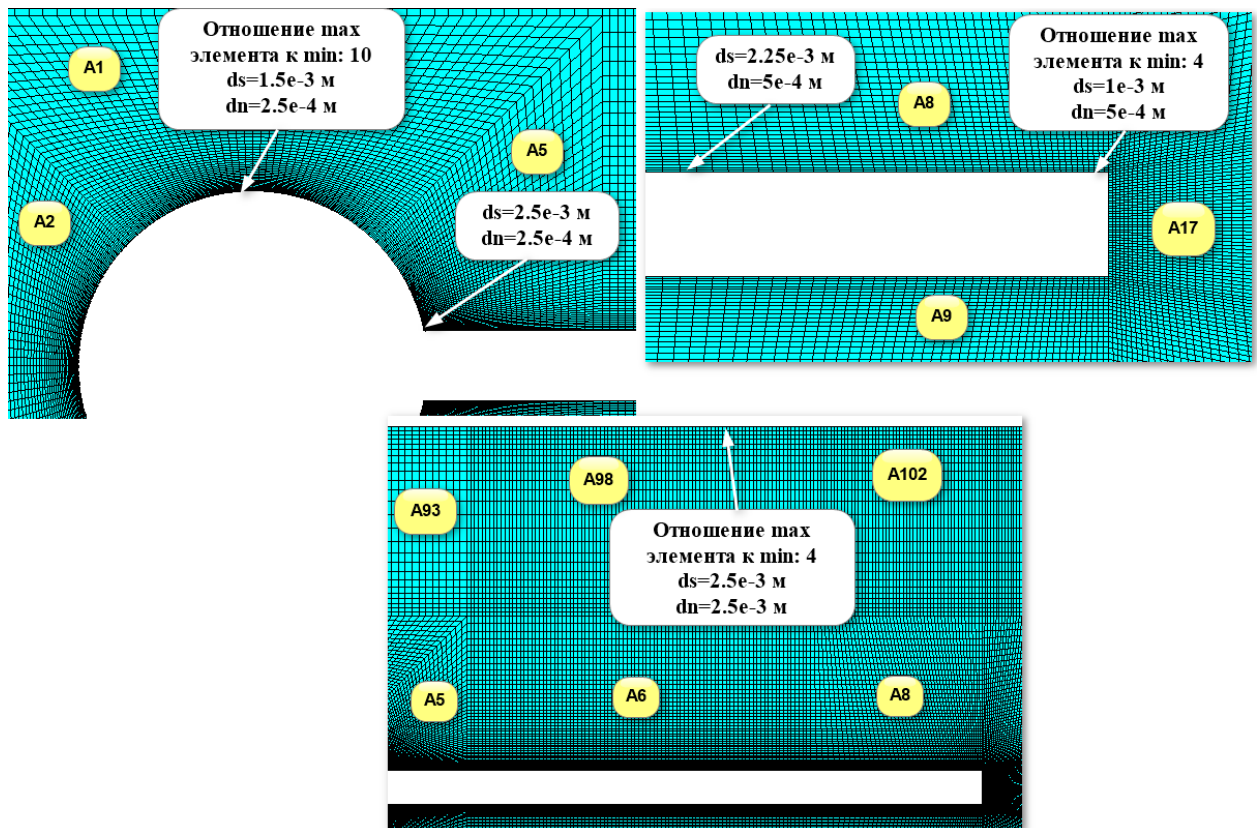


Рис. 3.9. Расчетная сетка: Модель C (150 630 узлов)

### 3.3.1.3. Граничные и начальные условия

На *входе* канала задается параболический профиль скорости:

$$v_x^f(y)|_{x=0} = 6 \bar{v}_{in}^f \frac{y(H-y)}{H^2} \quad (3.6)$$

где  $\bar{v}_{in}^f$  – средняя скорость [м/с];  $y$  – вертикальная координата [м] (начало координат см. рис. 3.7), в поперечном направлении потока;  $H$  – вертикальный размер расчетной области (высота канала) [м].

Для задач в нестационарной постановке используется плавное увеличение профиля скорости во времени:

$$v^f(t, 0, y) = \begin{cases} v_x^f(y)|_{x=0} \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)}{2}, & t < 2c \\ v_x^f(y)|_{x=0}, & t \geq 2c \end{cases} \quad (3.7)$$

На *выходе* канала задаются мягкие граничные условия «Opening» с осредненным относительным давлением равным нулю. Т.к. задача решается в двумерной постановке, на боковых границах области задается условие симметрии. На *стенках* канала и на *поверхности обтекаемого тела* задается условие прилипания на стенке. В качестве *начальных* условий в случае и стационарных и нестационарных расчетов принимается профиль скорости (3.6) в момент  $t=0$  с.

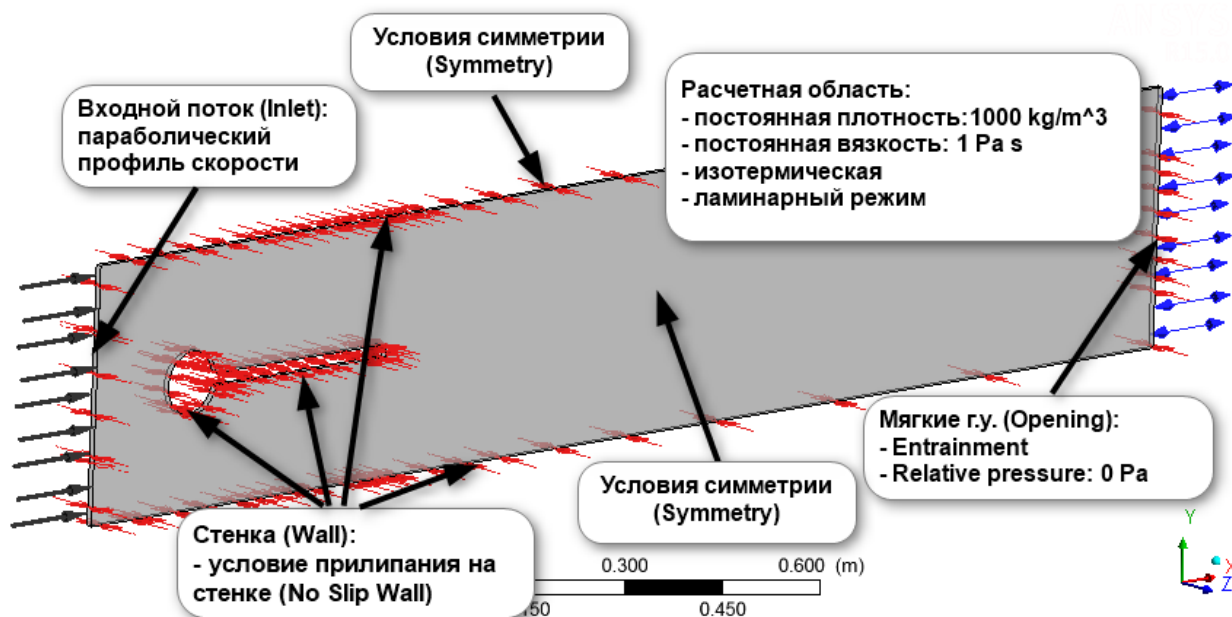


Рис. 3.10. Расчетная область с указанием граничных условий

### 3.3.1.4. Результаты расчетов

Ниже представлены результаты многовариантных расчетов только в «интересной» нестационарной (CFD2) постановке в сопоставлении с численными результатами авторов «бэнчмарка» [138].

Таблица 3.7. Сопоставление результатов нестационарных расчетов (CFD2) для сеток A, B, C, D, Da, Db с источником (Ref. [138]) при  $\Delta t_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  с

	$F_{D\_mean} \pm F_{D\_ampl}$ [Н/м]	$f_{FD}$ [Гц]	$F_{L\_mean} \pm F_{L\_ampl}$ [Н/м]	$f_{FL}$ [Гц]
Модель А	439.48±6.32	4.348	-5.52±449.52	4.348
Модель В	439.62±7.09	4.348	-5.74±446.93	4.348
Модель С	439.90±6.48	4.348	-7.44±440.63	4.348
Модель Db	440.11±6.38	4.348	-22.91±434.22	4.348
Модель Da	440.00±6.10	4.348	-11.02±422.02	4.348
Модель D	некорректное решение			
<b>Ref. [138]</b>	<b>439.45±5.62</b>	<b>4.396</b>	<b>-11.893±437.81</b>	<b>4.396</b>
	$\varepsilon_{(F_{D\_mean})}; \varepsilon_{(F_{D\_ampl})}$ [%]	$\varepsilon_{(f_{FD})}$ [%]	$\varepsilon_{(F_{L\_mean})}; \varepsilon_{(F_{L\_ampl})}$ [%]	$\varepsilon_{(f_{FL})}$ [%]
Модель А	0.01; 12.48	1.07	11.89; 2.68	1.07
Модель В	0.04; 26.21	1.07	53.62; 2.08	1.07
Модель С	0.10; 15.31	1.07	51.74; 0.64	1.07
Модель Db	0.15; 13.47	1.07	37.42; 0.82	1.07
Модель Da	0.12; 8.57	1.07	7.37; 3.61	1.07
Модель D	некорректное решение			

Таблица 3.8. Сопоставление результатов нестационарных расчетов (CFD2) для сеток A, B, C, D, Da, Db с источником (Ref. [138]) при  $\Delta t_2 = 1 \cdot 10^{-2}$  с

	$F_{D\_mean} \pm F_{D\_ampl}$ [Н/м]	$f_{FD}$ [Гц]	$F_{L\_mean} \pm F_{L\_ampl}$ [Н/м]	$f_{FL}$ [Гц]
Модель С	439.32±5.88	4.348	-0.88±431.24	4.348
Модель Db	439.36±5.58	4.348	-4.48±420.06	4.348
Модель Da	439.27±5.32	4.348	-3.26±408.34	4.348
Модель D	некорректное решение			
<b>Ref. [138]</b>	<b>439.45±5.62</b>	<b>4.396</b>	<b>-11.893±437.81</b>	<b>4.396</b>
	$\varepsilon_{(F_{D\_mean})}; \varepsilon_{(F_{D\_ampl})}$ [%]	$\varepsilon_{(f_{FD})}$ [%]	$\varepsilon_{(F_{L\_mean})}; \varepsilon_{(F_{L\_ampl})}$ [%]	$\varepsilon_{(f_{FL})}$ [%]
Модель С	0.03; 4.59	1.07	92.59; 1.50	1.07
Модель Db	0.02; 0.68	1.07	59.28; 4.05	1.07
Модель Da	0.04; 5.31	1.07	72.58; 6.73	1.07
Модель D	некорректное решение			

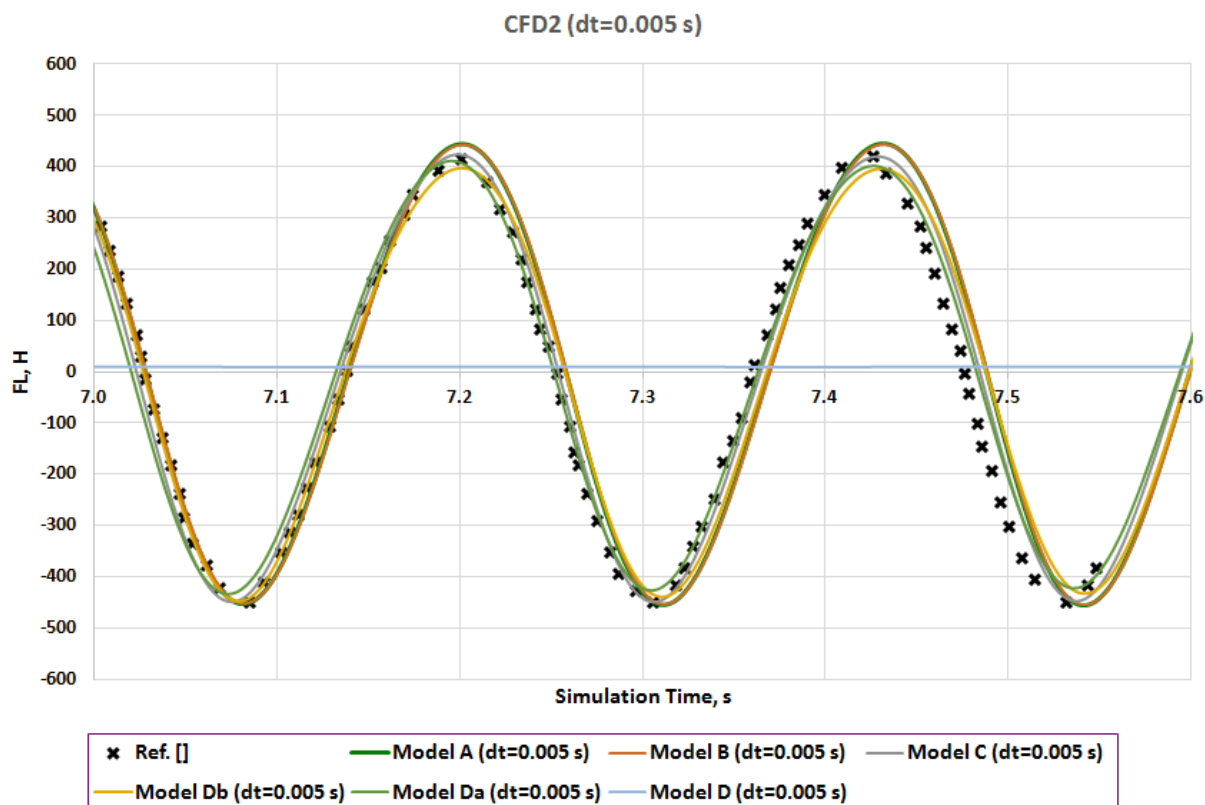


Рис. 3.11. Сопоставление результатов ( $F_L$ ) нестационарных расчетов (CFD2) для сеток A, B, C, D, Da, Db с источником (Ref. [138]) при  $\Delta t_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  с

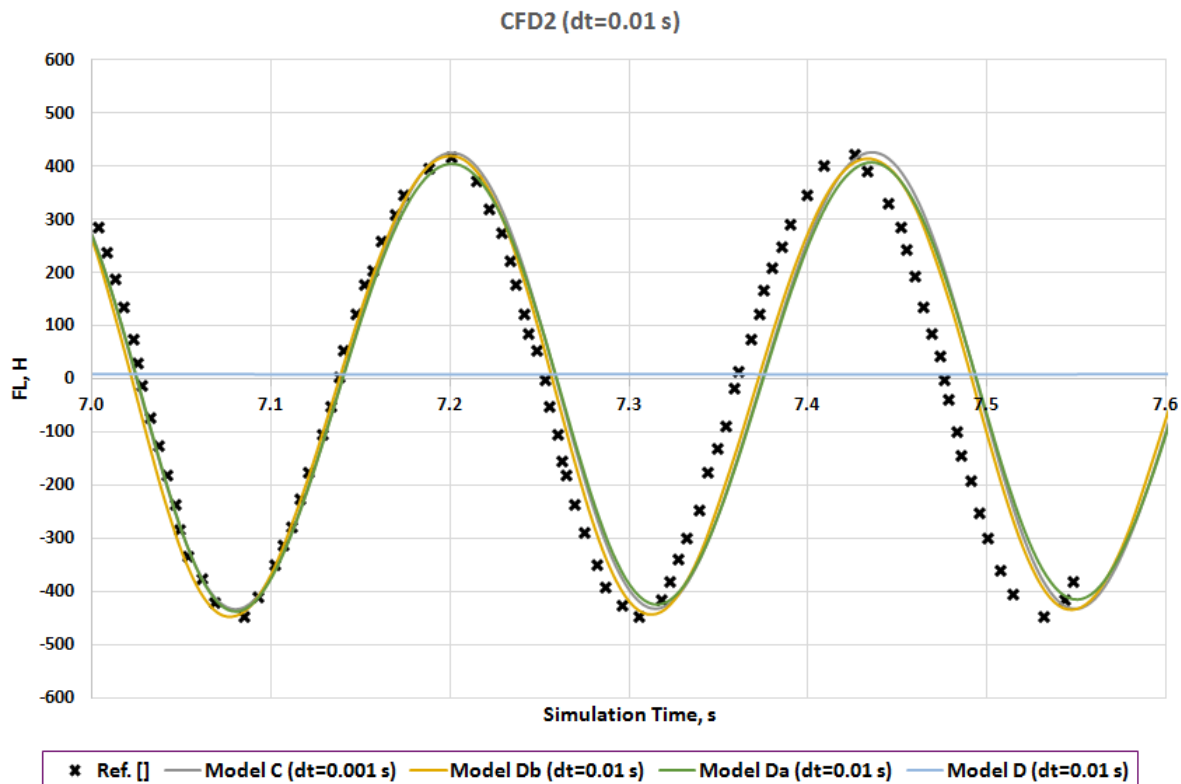


Рис. 3.12. Сопоставление результатов ( $F_L$ ) нестационарных расчетов (CFD2) для сеток A, B, C, D, Da, Db с источником (Ref. [138]) при  $\Delta t_2 = 1 \cdot 10^{-2}$  с

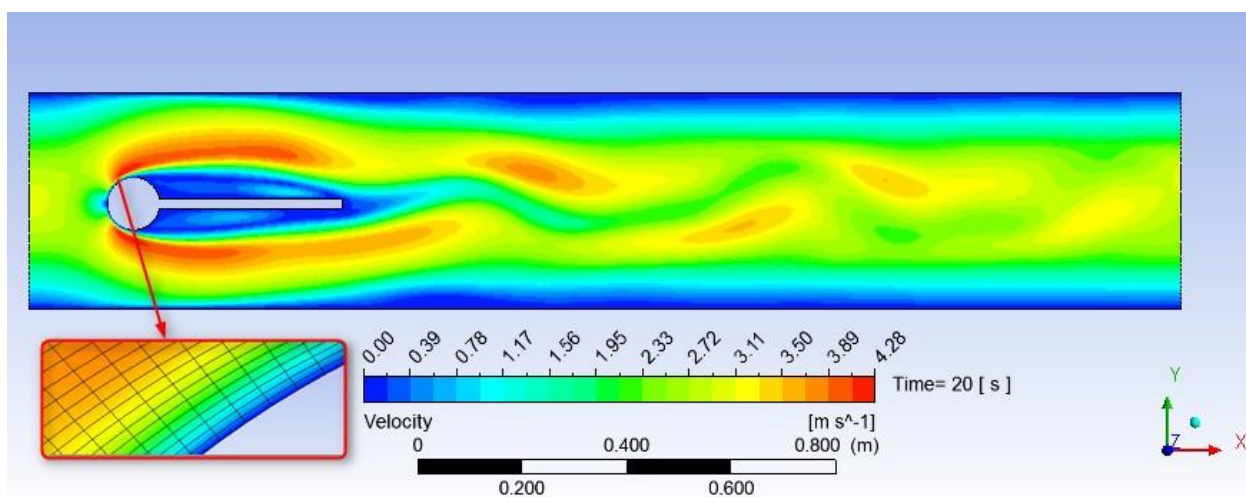


Рис. 3.13. *Модель С. CFD2*: расчетное поле скоростей в момент времени  $t=20$  с, м/с

### 3.3.1.5. Анализ результатов и выводы

Анализируя результаты стационарных расчетов (*CFD1*:  $Re=20$ ), можно сделать вывод о независимости осредненных величин подъемной силы и силы лобового сопротивления от степени пространственной дискретизации. Расхождение с источником не превышает 0.4%.

При больших скоростях потока (*CFD2*:  $Re=200$ ), когда возникает устойчивая картина вихреобразования, наблюдается слабая зависимость полученных результатов от варианта расчетной сетки при достаточном разрешении в зоне цилиндра и шага по времени (таблицы 3.7 - 3.8). Следует отметить, что большие значения погрешности для значений  $F_{D\_ampl}$  и  $FL\_mean$  реализуются при малых значениях (близких к нулю) самих контролируемых параметров.

При проведении нестационарного расчета на самой «грубой» расчетной сетке – *Модель D*, периодического срыва вихрей с цилиндра не наблюдается, и решение имеет нереалистичный стационарный характер. При сгущении сетки на поверхности цилиндра (*Модель Da*) картина обтекания кардинально меняется, и решение становится нестационарным.

По результатам сопоставления расчетных параметров с данными источника наименьшее расхождение по амплитуде подъемной аэродинамической

силы показала *Модель С*. Поэтому для дальнейших расчетных исследований примем эту модель как базовую.

### 3.3.2. Расчеты нелинейной динамики конструкции

#### 3.3.2.1. Параметры расчетов

Объектом исследования при проведении CSM-тестов является гибкая упругая балка, жестко прикрепленная к цилиндру и находящаяся в следе за ним (рис. 3.7). В рамках CSM-тестов выполнены два типа расчетов: статический (CSM1- и CSM2-тесты) и динамический (CSM3-тест), с учетом геометрической нелинейности. Также для дальнейшего исследования влияния потока и деформируемой части конструкции друг на друга (а именно, для анализа частотных характеристик их динамического поведения) при выполнении FSI-тестов проведен модальный анализ балки (CSM1 и CSM2). Основные параметры CSM-тестов с указанием физических характеристик материала показаны в таблице 3.9.

В качестве нагрузки прикладывалась инерционная сила, путем задания ускорения в вертикальном направлении  $g = 2 \text{ м/с}^2$  (вдоль отрицательной полуоси OY). Динамический расчет проводился с шагом по времени  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ .

Таблица 3.9. Физические параметры материалов для CSM-тестов

	CSM1	CSM2	CSM3
$\rho^s$ [кг/м <sup>3</sup> ]	1000	1000	1000
$\nu^s$ [-]	0.4	0.4	0.4
$\mu^s$ [МПа]	0.5	2	0.5
$E^s$ [МПа]	1.4	5.6	1.4

Дискретизация уравнений по пространству осуществлялась методом конечных элементов (МКЭ). Решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) при проведении статического и динамического анализа выполнялось разреженным методом (решатель SPARSE). Для вычисления



собственных частот и форм колебаний балки использовался блочный метод Ланцоша, для решения задач в динамической постановке – метод Ньюмарка..

### 3.3.2.2. Расчетные КЭ-модели

Многовариантные расчетные исследования проводились на трех вариантах конечно-элементных моделей (таблица 3.10). Расчетная область (балка) разбивалась на элементы в препроцессоре программного комплекса ANSYS Mechanical с использованием разработанного параметризованного макроса, написанного на внутреннем языке программирования APDL (turek\_CSM.mac). Варианты расчетных сеток показаны на рисунке 3.14.

Таблица 3.10. Параметры расчетных КЭ-моделей для CSM-тестов

	Кол-во узлов	Кол-во КЭ	Тип КЭ
Модель 1	890	352	SOLID185
Модель 2	2927	352	SOLID186
Модель 3	12002	5632	SOLID185

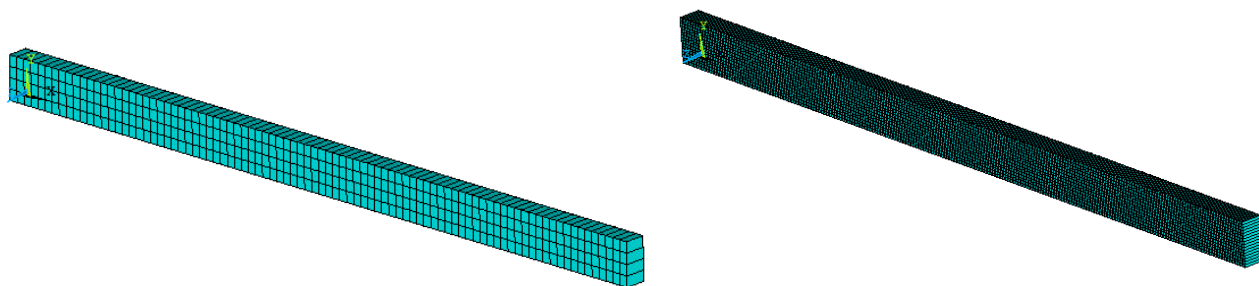


Рис. 3.14. Расчетные КЭ-модели: слева – 1 и 2; справа – 3

### 3.3.2.3. Граничные условия

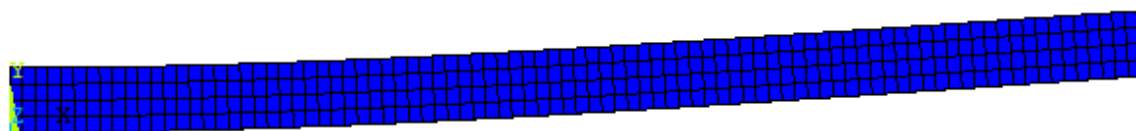
На левом конце балки жесткое защемление моделируется закреплением по всем направлениям узлов КЭ-модели. В силу двумерной постановки задачи на поверхностях, перпендикулярных оси OZ, ограничено перемещение узлов вдоль этой оси.

### 3.3.2.4. Результаты расчетов

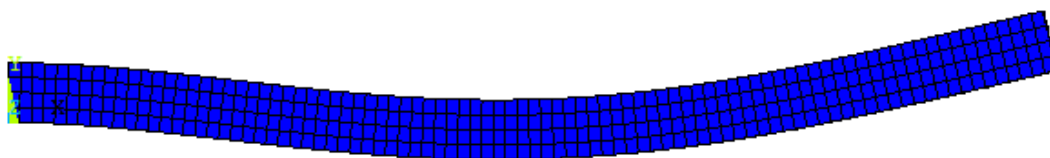
Ниже в таблице 3.11. и на рис. 3.15. представлены результаты модального анализа. В таблицах 3.12.-3.13. приведены основные результаты многовариантных статических расчетов (CSM2) и динамических (CSM3) в сопоставлении с данными источника. На рисунках 3.16.-3.17. представлены соответствующие картины деформированного состояния балки графики перемещений.

Таблица 3.11. Расчетные собственные частоты (Гц)  
для всех расчетных моделей

№	$f$ [Гц]					
	CSM1, CSM3			CSM2		
	Модель 1	Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 2	Модель 3
1	1.063	1.063	1.077	1.076	1.077	1.076
2	6.556	6.556	6.632	6.623	6.632	6.623
3	17.899	17.899	18.076	18.054	18.076	18.054
4	29.262	29.262	29.257	29.251	29.257	29.251
5	33.897	33.897	34.160	34.121	34.160	34.121



Форма №1 ( $f_1 = 2.154$  Гц)



Форма №2 ( $f_2 = 13.263$  Гц)

Рис. 3.15. Две первые расчетные собственные формы и частоты (Гц) для варианта расчетной КЭ-модели (CSM2 – Модель2)

Таблица 3.12. Сопоставление результатов статических расчетов (CSM2) для трех расчетных КЭ-моделей с источником (Ref. [138])

	$u_{x,A}$ [мм]	$u_{y,A}$ [мм]
Модель 1	-0.483	-17.230
Модель 2	-0.459	-16.800
Модель 3	-0.461	-16.850
<b>Ref. [138]</b>	<b>-0.469</b>	<b>-16.970</b>
	$\varepsilon(U_{x,A})$ [%]	$\varepsilon(U_{y,A})$ [%]
Модель 1	2.878	1.532
Модель 2	2.132	1.002
Модель 3	1.706	0.707

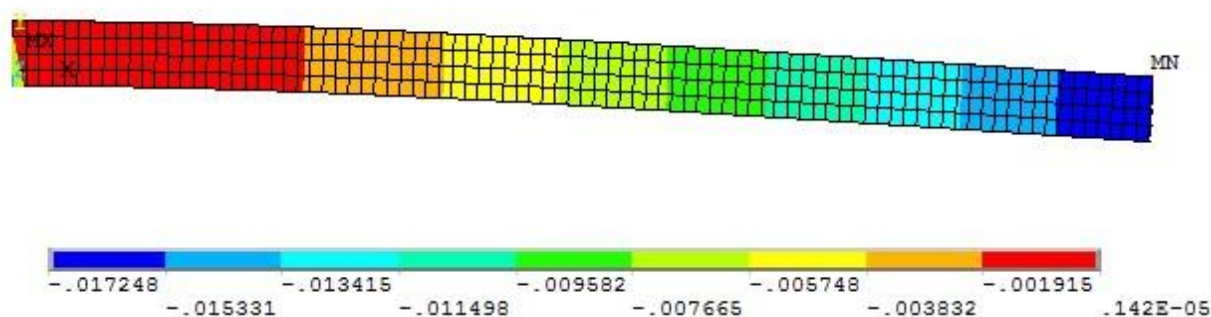


Рис. 3.16. CSM2 (Модель 1): деформированное состояние балки с отображением вертикальных перемещений  $u_{y,A}$ , мм

Таблица 3.13. Сопоставление результатов динамических расчетов (CSM3) для трех расчетных КЭ-моделей с источником (Ref. [138])

	$u_{x,A\_mean} \pm u_{x,A\_ampl}$ [мм]	$f_{U_{x,A}}$ [Гц]	$u_{y,A\_mean} \pm u_{y,A\_ampl}$ [мм]	$f_{U_{y,A}}$ [Гц]
Модель 1	-15.030±15.030	1.081	-65.691±65.678	1.081
Модель 2	-14.345±14.345	1.093	-64.255±64.255	1.093
Модель 3	-14.410±14.410	1.093	-64.442±64.438	1.093
<b>Ref. [138]</b>	<b>-14.305±14.305</b>	<b>1.100</b>	<b>-63.607±65.160</b>	<b>1.100</b>
	$\varepsilon(u_{x,A\_mean}); \varepsilon(u_{x,A\_ampl})$ [%]	$\varepsilon(f_{U_{x,A}})$ [%]	$\varepsilon(u_{y,A\_mean}); \varepsilon(u_{y,A\_ampl})$ [%]	$\varepsilon(f_{U_{y,A}})$ [%]
Модель 1	5.1; 5.1	1.727	3.3; 0.8	1.727
Модель 2	0.3; 0.3	0.6	1.0; 1.4	0.6
Модель 3	0.7; 0.7	0.6	1.3; 1.1	0.6

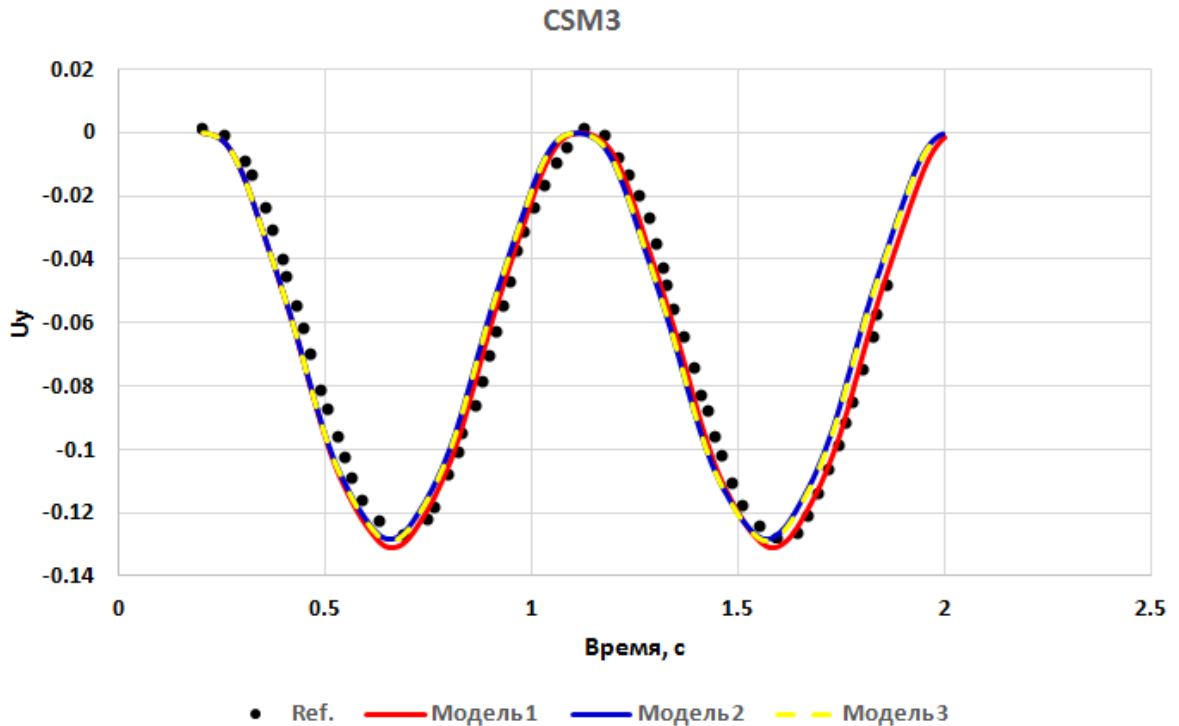


Рис. 3.17. CSM3: график зависимости вертикальных перемещений  $u_{y,A}$  от времени, м. Сопоставление результатов расчетов (Модели 1, 2, 3) с источником (Ref.) [138]

### 3.3.2.5. Анализ результатов и выводы

Результаты как статических (CSM1, CSM2), так и динамических (CSM3) расчетов показали слабую зависимость результатов расчета от варианта расчетной сетки. При этом расхождение по значениям перемещений точки А с источником для CSM1, CSM2 не превышает 2.9%, для CSM3 – 5.1%. При динамическом расчете расхождение по частоте колебаний балки не превышает 1.8%.

Для дальнейших расчетных исследований в качестве базовой примем *Модель 2* с физическими характеристиками материала, соответствующими CSM2.

### 3.3.3. Расчеты динамики системы «гибкая конструкция - поток» в связанной постановке

#### 3.3.3.1. Параметры расчетов

На основе ранее проведенных исследований (CFD- и CSM-тестов) для поведения FSI-тестов выбраны основные расчетные сетки: *Модель С* (для дискретизации жидкой среды) и *Модель 2* (для дискретизации балки).

Физические параметры жидкой среды (индекс *f*) и упругой гибкой конструкции (индекс *s*) приняты идентичными ранее описанным (CFD2).

В качестве начальных условий использовался файл результатов CFD2-теста для *Модели С* и  $\Delta t_1$ . На входе задавался параболический профиль скорости (3.6) со средней скоростью потока  $\bar{v}_{in}^f = 2$  м/с. Остальные граничные условия и общие параметры расчетов принимались такими же, как и в CFD- и CSM-тестах.

Критерием сходимости и устойчивости решения являлось достижение заданного уровня максимальных невязок  $10^{-3}$  при максимальном количестве итераций на шаге для CFD- решателя 5.

Многовариантные расчетные исследования в нестационарной постановке проводилось при варьировании параметров FSI-решателя, отвечающих за сходимость, устойчивость, точность связанного решения и длительность расчета: шаг по времени:  $\Delta t_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  с и  $\Delta t_2 = 1 \cdot 10^{-2}$  с; коэффициент релаксации для вычисления перемещений  $RF_u$ : 0.75 и 1; коэффициент релаксации для вычисления нагрузок  $RF_f$ : 0.15, 0.10 и 0.05; максимальное количество итераций на связанном шаге  $i$ : 10, 50 и 100.

#### 3.3.3.2. Параметры деформируемых (подвижных) сеток

Одной из особенностей численного решения связанных задач с подвижными границами, как, например граница контакта жидкости и балки, является задание параметров деформирования сетки, в частности, жесткости сетки вблизи подвижных границ, особенно, если на последних присутствуют острые углы.

При параметрах «по умолчанию» возникают ошибки «Folded mesh» или «Negative element volume», связанных с нарушением топологии сетки вблизи подвижных границ (рис. 3.18а.). Наиболее эффективным методом задания жесткости показал способ – задание пользовательской функции. На рисунках 3.18б. и 3.18в. показан результат применения пользовательских функций  $f_{Mstiff\_1}$  [84] и  $f_{Mstiff\_2}$ , соответственно:

$$f_{Mstiff\_1} = C \left( \left( \sqrt{(x - x_{p1})^2 + (y - y_{p1})^2} \right)^{-4} + \left( \sqrt{(x - x_{p2})^2 + (y - y_{p2})^2} \right)^{-4} \right) \quad (3.8)$$

где  $x, y$  – координаты произвольной точки области [м];  $x_{p1}, y_{p2}$  – координаты угловых точек свободного края балки (рис. 3.18) [м];  $C = 1$  [м<sup>6</sup>/с] – нормирующий коэффициент.

$$f_{Mstiff\_2} = C \left( \frac{\Delta n_1}{(\max(Wall\ Distance, \Delta n_1))} \right)^4 \quad (3.9)$$

где  $\Delta n_1$  – размер области вблизи подвижной границы по нормали к поверхности, где жесткость сетки предполагается максимальной [м]; *WallDistance* – расстояние от «стенки» [м];  $C = 1$  [м<sup>2</sup>/с] – нормирующий коэффициент.

Также во избежание возникновения ошибки «Folded mesh», связанной с появлением вытянутых, искривленных элементов из-за наличия острых углов (рис. 3.18а.), «диффузионная схема» для вычисления перемещения сетки, соответствующая параметру 3, была установлена взамен назначенной «по умолчанию» (на рис. 3.18б. – параметр «по умолчанию» и 3.18в. – параметр равен 2).

При назначении уровня максимальных невязок  $10^{-6}$  с максимальным количеством итераций на шаге 10, удалось исправить решение в зоне расчетной области, где наблюдаются значительные перестроения сетки, но вдали от подвижных границ.

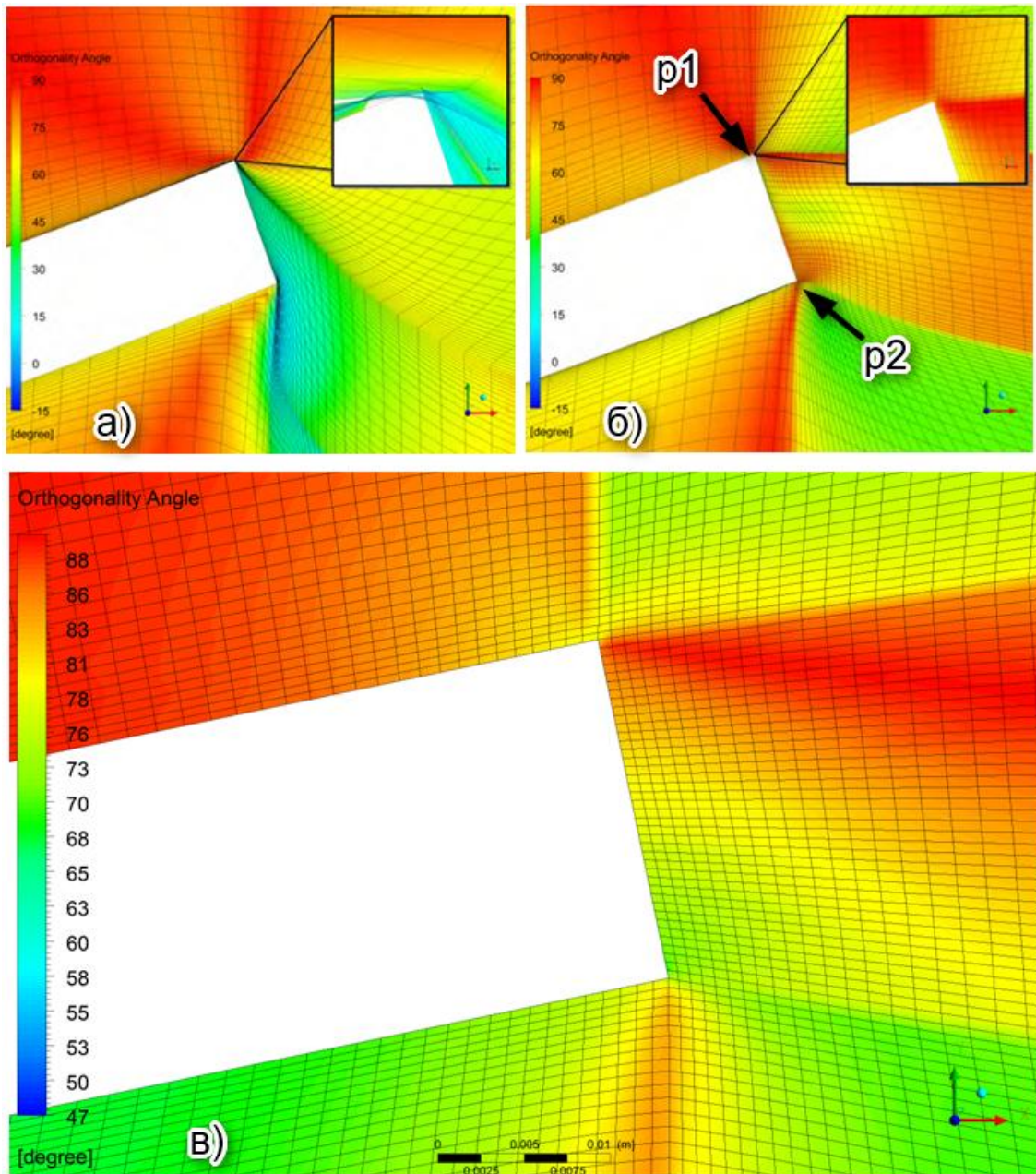


Рис. 3.18. Топология расчетной сетки вблизи подвижной границы с заданием жесткости сетки различными способами:  
 а) параметры «по умолчанию»; б)  $f_{MStiff\_1}$ ; в)  $f_{MStiff\_2}$

### 3.3.3.3. Результаты расчетов

Далее на рисунках 3.19.-3.28. представлены результаты многовариантных расчетов в связанной постановке в сопоставлении с данными источника, в таблицах 3.14.-3.17. – соответствующие значения контролируемых параметров с указанием степени расхождения в процентном соотношении с «эталонным» решением.

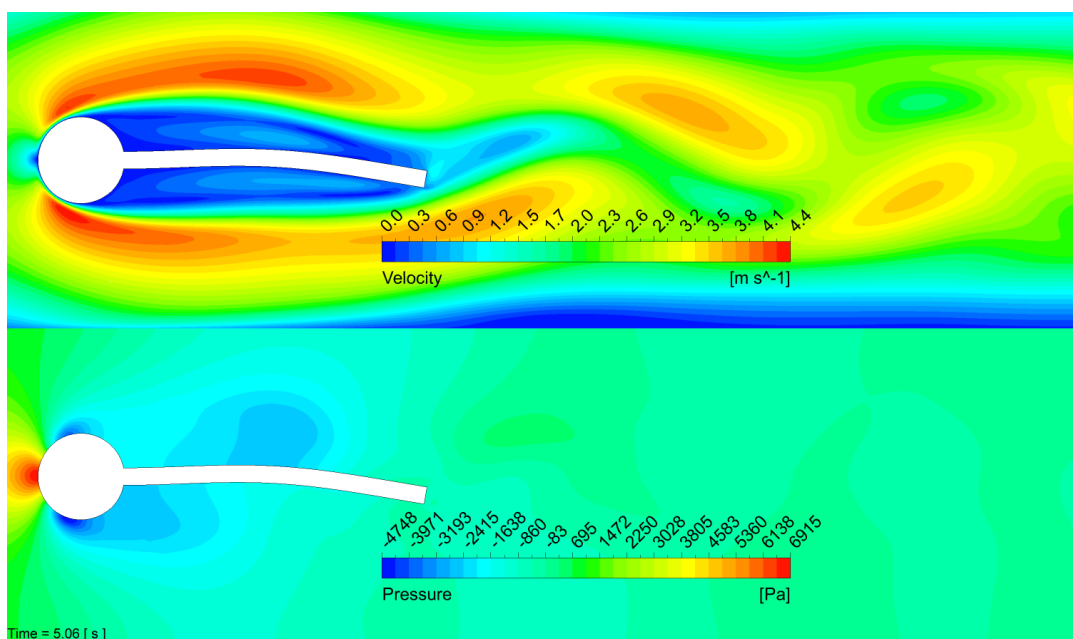


Рис. 3.19. FSI: расчетное поле скоростей (сверху, м/с) и давлений (снизу, Па) с отображением деформированного состояния балки в момент времени  $t=5.06$  с

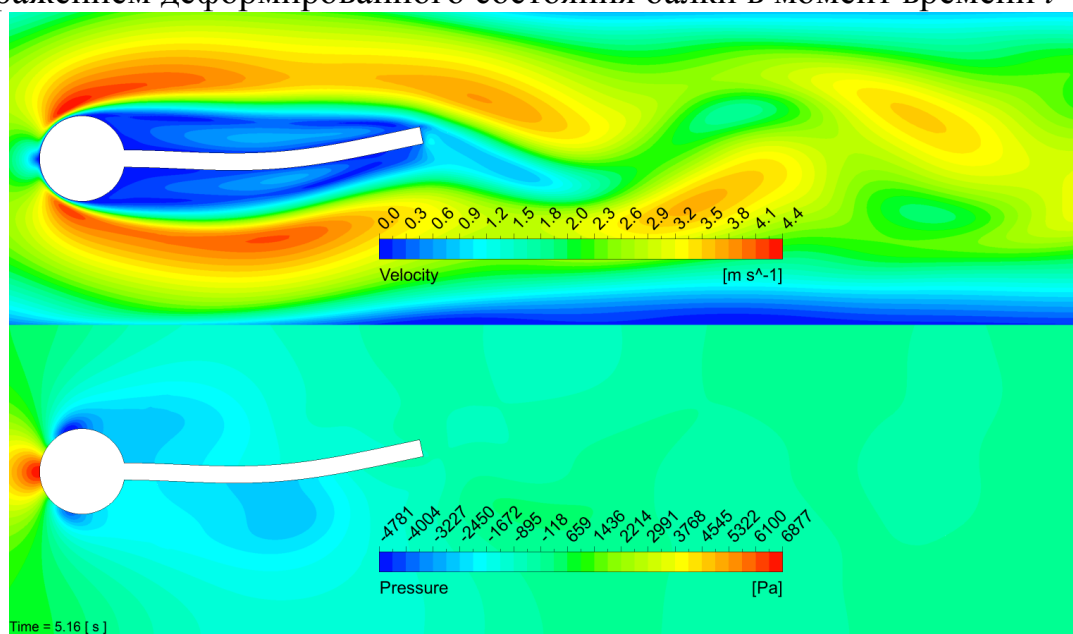


Рис. 3.20. FSI: расчетное поле скоростей (сверху, м/с) и давлений (снизу, Па) с отображением деформированного состояния балки в момент времени  $t=5.16$  с



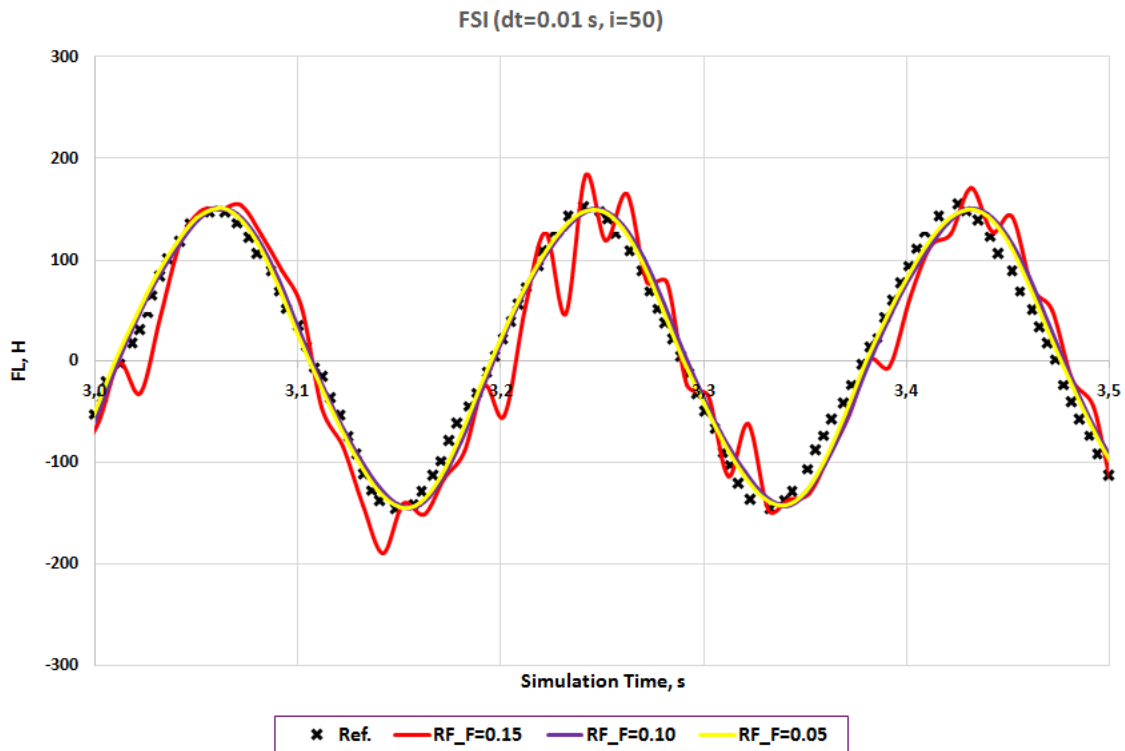


Рис. 3.21. FSI: графики зависимости силы  $F_L$  от времени, Н. Сопоставление результатов расчетов (при варьировании коэффициента релаксации  $RF_f$ ) с источником (Ref.) [138] при  $\Delta t_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  с

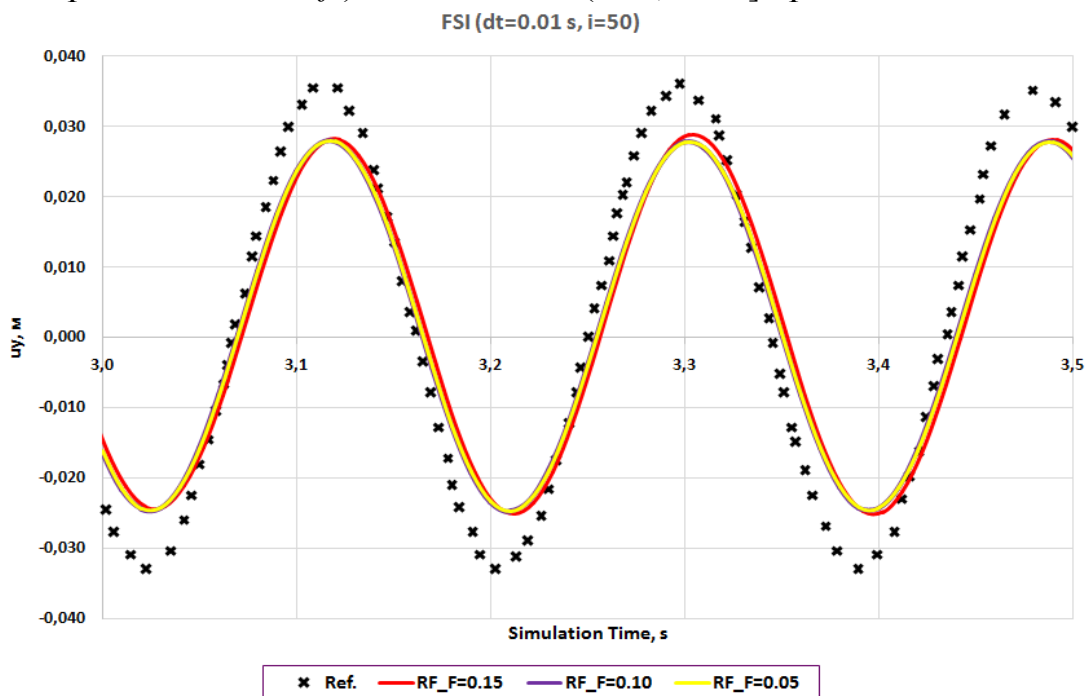


Рис. 3.22. FSI: графики зависимости перемещений  $u_{y,A}$  от времени, м. Сопоставление результатов расчетов (при варьировании коэффициента релаксации  $RF_f$ ) с источником (Ref.) [138] при  $\Delta t_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  с

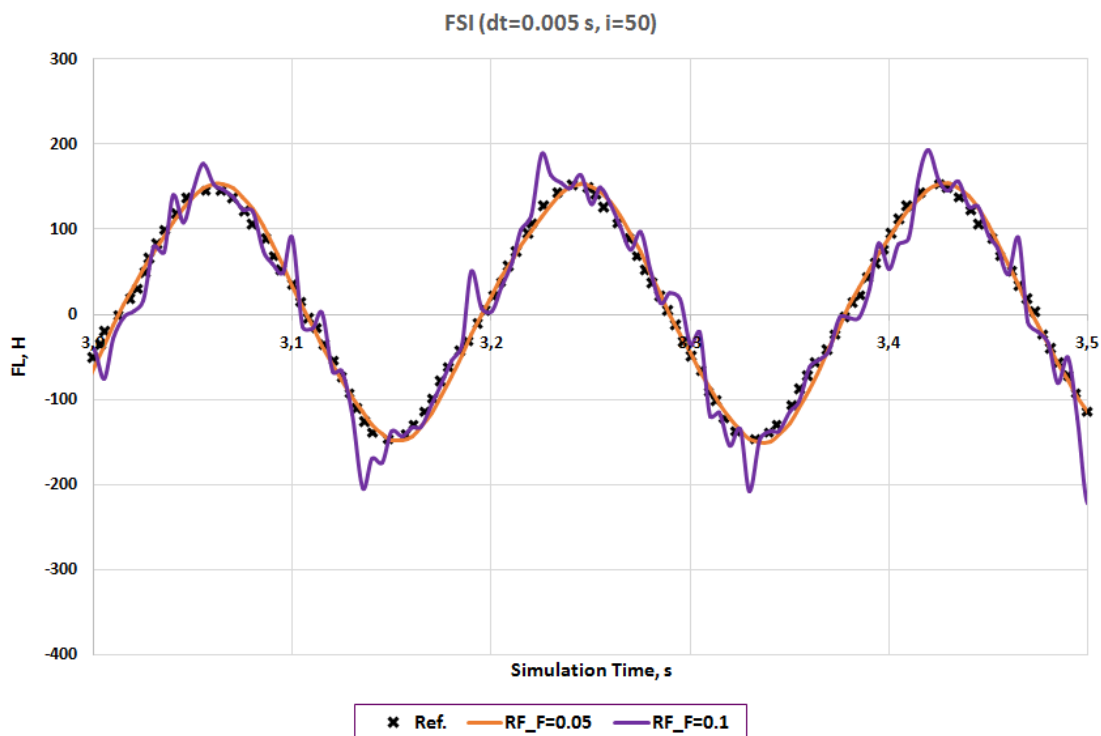


Рис. 3.23. FSI: графики зависимости силы  $F_L$  от времени, Н. Сопоставление результатов расчетов (при варьировании коэффициента релаксации  $RF_f$ ) с источником (Ref.) [138] при  $\Delta t_2 = 1 \cdot 10^{-2}$  с

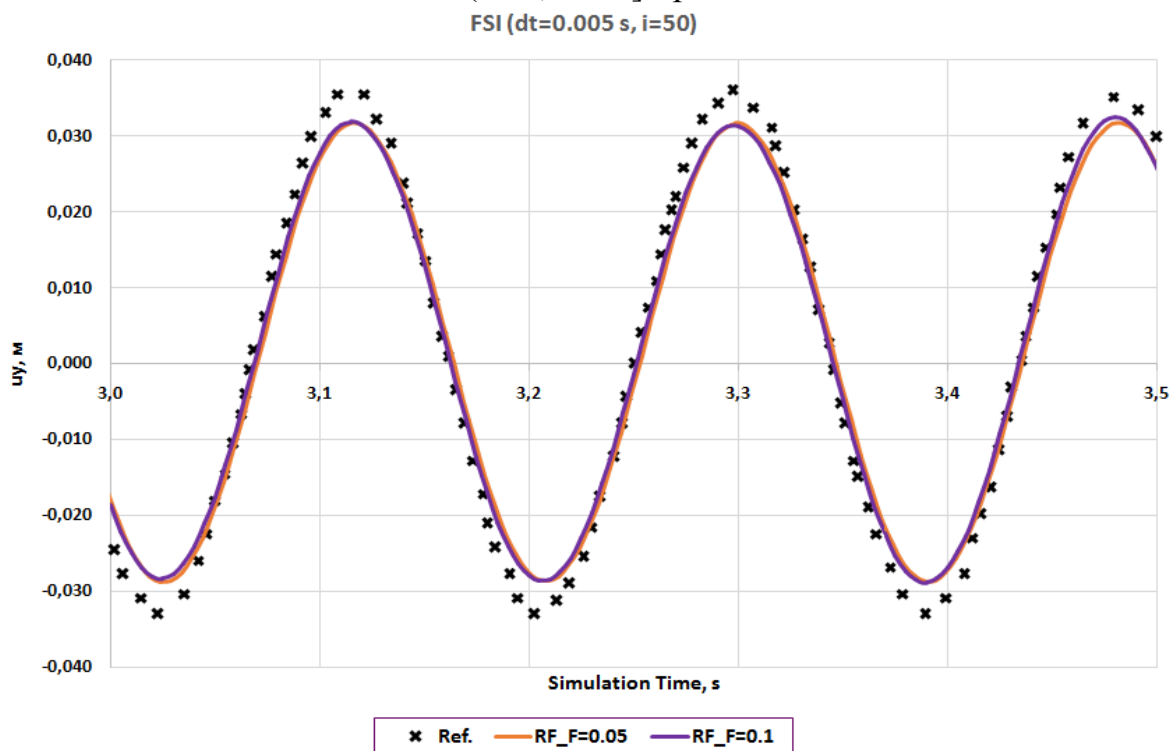


Рис. 3.24. FSI: графики зависимости перемещений  $u_{y,A}$  от времени, м. Сопоставление результатов расчетов (при варьировании коэффициента релаксации  $RF_f$ ) с источником (Ref.) [138] при  $\Delta t_2 = 1 \cdot 10^{-2}$  с

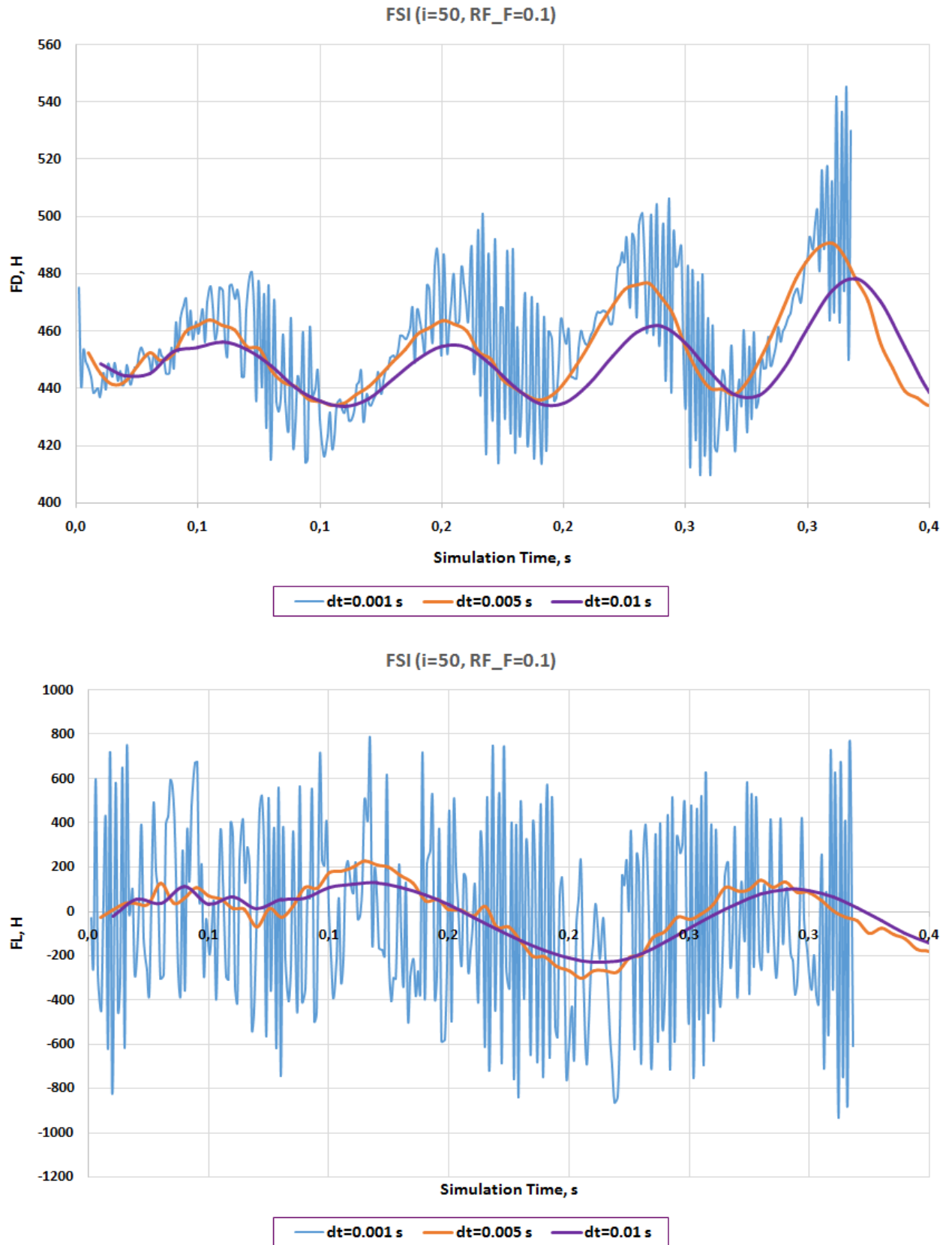


Рис. 3.25. FSI: графики зависимости сил  $F_D$  (сверху) и  $F_L$  (снизу) от времени, Н. Сопоставление результатов расчетов (при варьировании шага по времени  $\Delta t - dt$ ) при  $RF_f = 0.1, i=50$

Таблица 3.14. Сопоставление результатов ( $F_D$ ,  $F_L$ ) многовариантных связанных нестационарных расчетов (FSI) с источником (Ref. [138]) при  $\Delta t_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  с

RF_f; i	$F_{D\_mean} \pm F_{D\_ampl}$ [Н/М]	$f_{FD}$ [Гц]	$F_{L\_mean} \pm F_{L\_ampl}$ [Н/М]	$f_{FL}$ [Гц]
0.10; 50	454.83±25.13	10.00	-8.88±212.87	5.26
0.05; 50	454.11±23.13	10.00	2.17±152.12	5.26
0.05; 100	454.22±23.22	10.00	2.21±152.26	5.26
<b>Ref. [138]</b>	<b>457.30±22.66</b>	<b>10.900</b>	<b>2.22±149.78</b>	<b>5.300</b>
RF_f; i	$\varepsilon(F_{D\_mean}); \varepsilon(F_{D\_ampl})$ [%]	$\varepsilon(f_{FD})$ [%]	$\varepsilon(F_{L\_mean}); \varepsilon(F_{L\_ampl})$ [%]	$\varepsilon(f_{FL})$ [%]
0.10; 50	0.54; 10.91	8.26	- ; 42.12	0.75
0.05; 50	0.70; 2.06	8.26	2.38; 1.56	0.75
0.05; 100	0.67; 2.49	8.26	0.35; 1.66	0.75

Таблица 3.15. Сопоставление результатов ( $u_{x,A}$ ,  $u_{y,A}$ ) многовариантных связанных нестационарных расчетов (FSI) с источником (Ref. [138]) при  $\Delta t_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  с

RF_f; i	$u_{x,A\_mean} \pm u_{x,A\_ampl}$ [ММ]	$f_{U_{x,A}}$ [Гц]	$u_{y,A\_mean} \pm u_{y,A\_ampl}$ [ММ]	$f_{U_{y,A}}$ [Гц]
0.10; 50	-2.29±2.20	10.00	1.83±30.69	5.26
0.05; 50	-2.22±2.13	10.00	1.53±30.20	5.26
0.05; 100	-2.22±2.13	10.00	1.53±30.20	5.26
<b>Ref. [138]</b>	<b>-2.69±2.53</b>	<b>10.900</b>	<b>1.48±34.38</b>	<b>5.300</b>
RF_f; i	$\varepsilon(u_{x,A\_mean}); \varepsilon(u_{x,A\_ampl})$ [%]	$\varepsilon(f_{U_{x,A}})$ [%]	$\varepsilon(u_{y,A\_mean}); \varepsilon(u_{y,A\_ampl})$ [%]	$\varepsilon(f_{U_{y,A}})$ [%]
0.10; 50	14.89; 13.03	8.26	23.66; 10.74	0.75
0.05; 50	17.37; 15.86	8.26	3.52; 12.16	0.75
0.05; 100	17.37; 15.86	8.26	3.52; 12.16	0.75

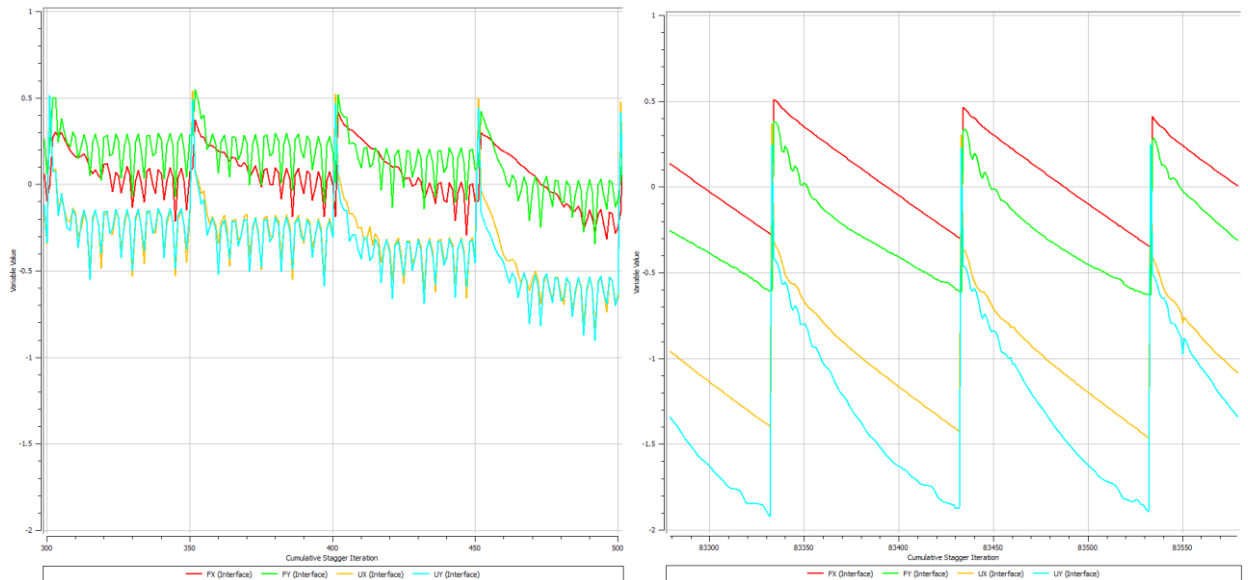


Рис. 3.26. FSI: графики сходимости при различных коэффициентах релаксации при  $\Delta t_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  с. Слева –  $RF\_f=0.10$  (сходимость по  $F_D(F_x)$  и  $F_L(F_y)$  не достигается,  $\varepsilon_F > 0$ ; осцилляции); справа –  $RF\_f=0.05$  (сходимость по  $F_D(F_x)$  и  $F_L(F_y)$  достигается,  $\varepsilon_F < 0$  при  $i=54$ )

Таблица 3.16. Сопоставление результатов ( $F_D$ ,  $F_L$ ) многовариантных связанных нестационарных расчетов (FSI) с источником (Ref. [138]) при  $\Delta t_2 = 1 \cdot 10^{-2}$  с

RF_f; i	$F_{D\_mean} \pm F_{D\_ampl}$ [Н/М]	$f_{FD}$ [Гц]	$F_{L\_mean} \pm F_{L\_ampl}$ [Н/М]	$f_{FL}$ [Гц]
0.15; 50	450.48±23.22	10.00	17.99±207.08	5.26
0.10; 50	449.88±20.74	10.00	3.46±147.10	5.26
0.05; 50	449.94±20.74	10.00	3.62±147.28	5.26
0.05; 100	449.90±20.76	10.00	3.57±147.29	5.26
<b>Ref. [138]</b>	<b>457.30±22.66</b>	<b>10.900</b>	<b>2.22±149.78</b>	<b>5.300</b>
RF_f; i	$\varepsilon(F_{D\_mean}); \varepsilon(F_{D\_ampl})$ [%]	$\varepsilon(f_{FD})$ [%]	$\varepsilon(F_{L\_mean}); \varepsilon(F_{L\_ampl})$ [%]	$\varepsilon(f_{FL})$ [%]
0.15; 50	1.49; 2.46	8.26	710.38; 38.26	0.75
0.10; 50	1.62; 8.46	8.26	56.02; 1.79	0.75
0.05; 50	1.61; 8.49	8.26	62.96; 1.67	0.75
0.05; 100	1.62; 8.38	8.26	61.00; 1.66	0.75

Таблица 3.17. Сопоставление результатов ( $u_{x,A}$ ,  $u_{y,A}$ ) многовариантных связанных нестационарных расчетов (FSI) с источником (Ref. [138]) при  $\Delta t_2 = 1 \cdot 10^{-2}$  с

RF_f; i	$u_{x,A\_mean} \pm u_{x,A\_ampl}$ [ММ]	$f_{U_{x,A}}$ [Гц]	$u_{y,A\_mean} \pm u_{y,A\_ampl}$ [ММ]	$f_{U_{y,A}}$ [Гц]
0.15; 50	-1.85±1.79	10.00	1.58±27.27	5.26
0.10; 50	-1.77±1.71	10.00	1.61±26.33	5.26
0.05; 50	-1.77±1.71	10.00	1.61±26.33	5.26
0.05; 100	-1.77±1.70	10.00	1.61±26.33	5.26
<b>Ref. [138]</b>	<b>-2.69±2.53</b>	<b>10.900</b>	<b>1.48±34.38</b>	<b>5.300</b>
RF_f; i	$\varepsilon(u_{x,A\_mean}); \varepsilon(u_{x,A\_ampl})$ [%]	$\varepsilon(f_{U_{x,A}})$ [%]	$\varepsilon(u_{y,A\_mean}); \varepsilon(u_{y,A\_ampl})$ [%]	$\varepsilon(f_{U_{y,A}})$ [%]
0.15; 50	31.35; 29.37	8.26	7.06; 20.68	0.75
0.10; 50	34.14; 32.60	8.26	8.82; 23.40	0.75
0.05; 50	34.14; 32.60	8.26	8.82; 23.40	0.75
0.05; 100	34.14; 32.60	8.26	8.82; 23.40	0.75

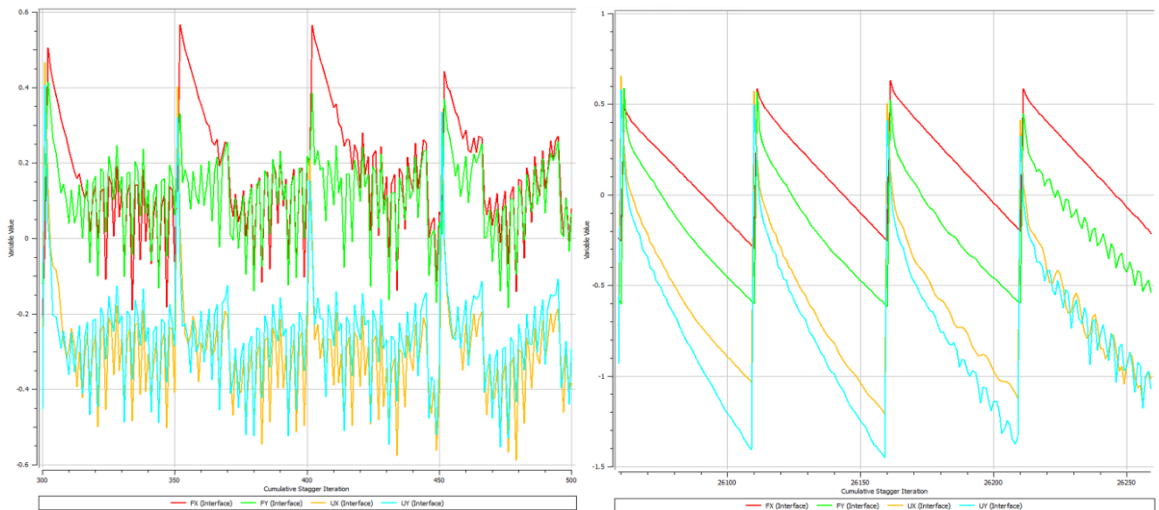


Рис. 3.27. FSI: графики сходимости при различных коэффициентах релаксации  $\Delta t_2 = 1 \cdot 10^{-2}$  с. Слева – RF\_f=0.15 (сходимость по  $F_D(F_x)$  и  $F_L(F_y)$  не достигается,  $\varepsilon_F > 0$ ; осцилляции); справа – RF\_f=0.1 (сходимость по  $F_D(F_x)$  и  $F_L(F_y)$  достигается,  $\varepsilon_F < 0$  при  $i=33$ )

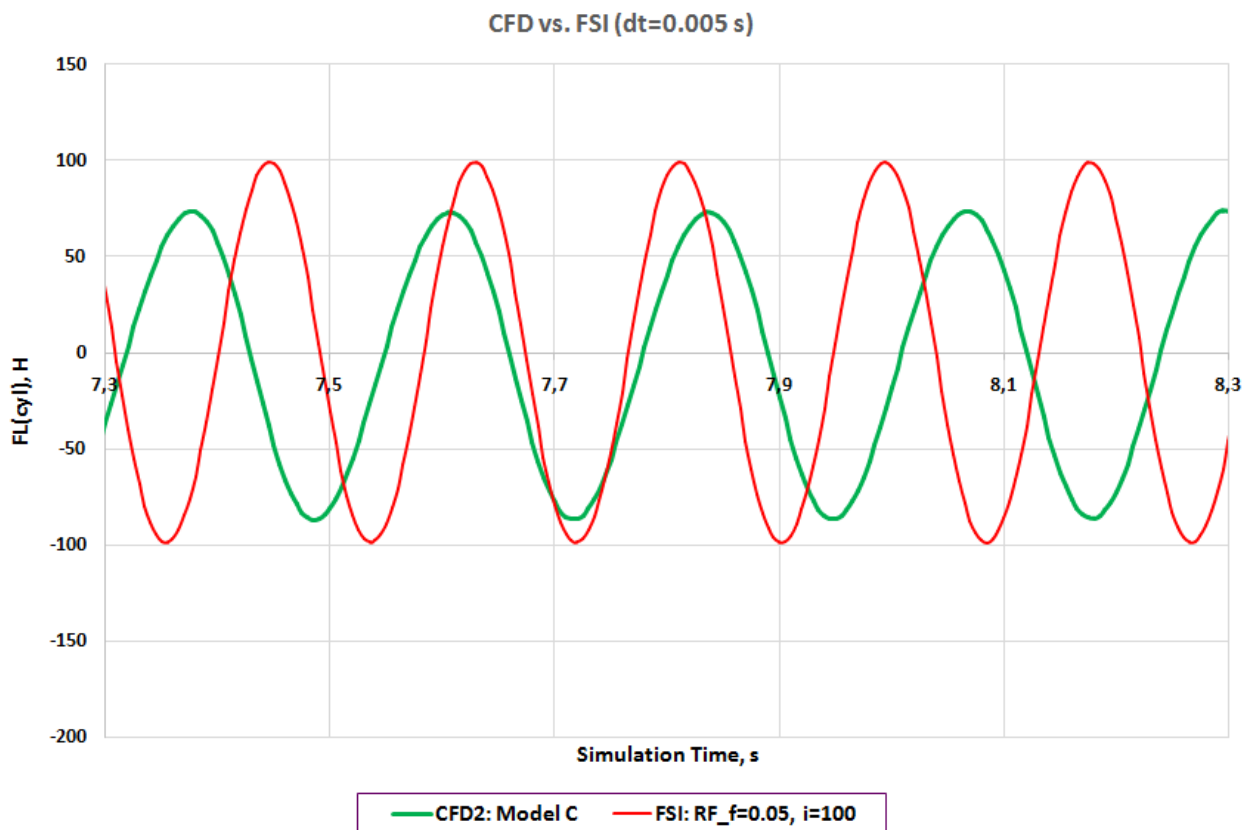
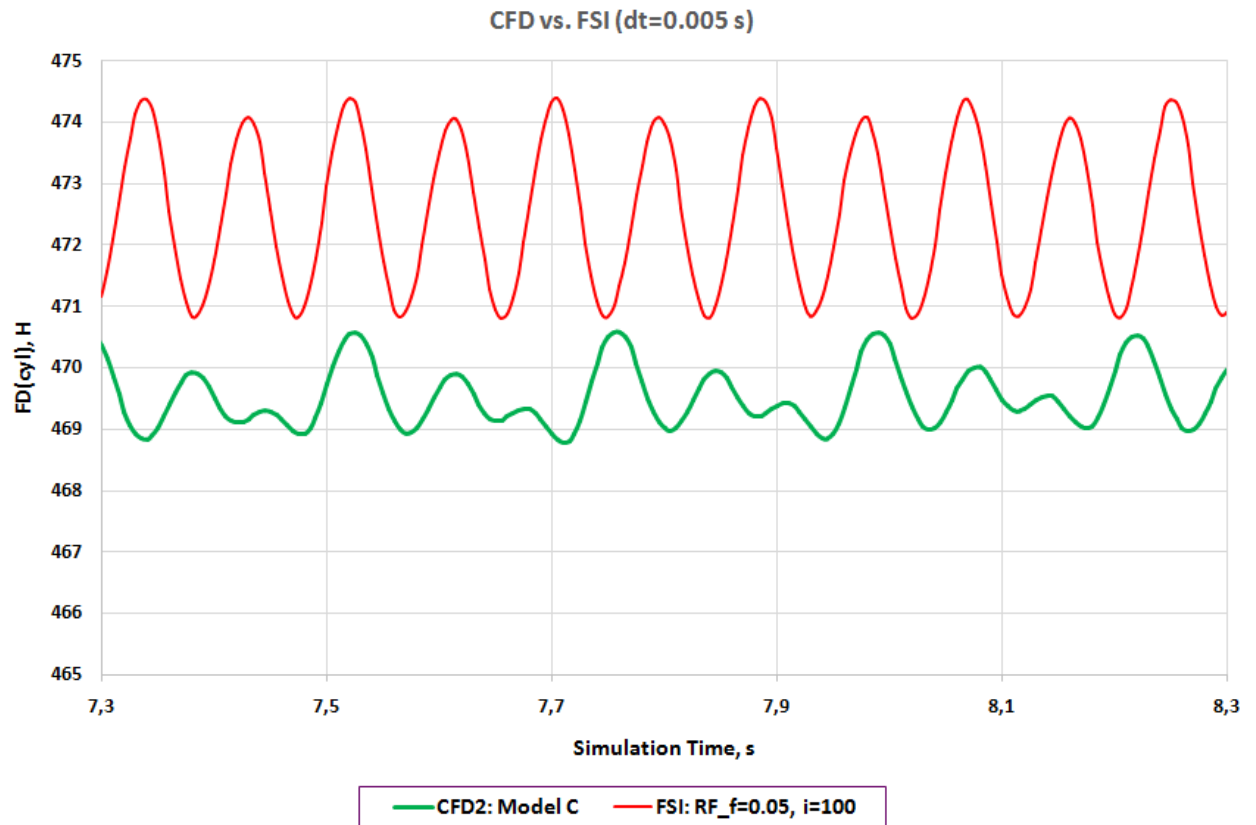


Рис. 3.28. Графики зависимости аэродинамических сил  $F_{D\_cyl}$  (сверху) и  $F_{L\_cyl}$  (снизу) для цилиндра от времени, Н. Сопоставление результатов расчетов в связанной (FSI) и несвязанной (CFD) постановках при  $\Delta t_1 = 5 \cdot 10^{-5}$  с

### 3.3.3.4. Анализ результатов и выводы

При проведении расчетов в связанной постановке (FSI), во избежание ошибок, связанных с топологией сетки (особенно вблизи подвижных границ с острыми углами), необходимо определять параметр «жесткости сетки» с помощью разработанной пользовательской функции. Для сохранения ортогональности сетки рекомендуется выбирать диффузионную схему для вычисления перемещения сетки, соответствующую параметру 3. Для корректного перестроения сетки, а именно обновления новых координат сетки, рекомендуется назначать уровень максимальных невязок порядка  $10^{-6}$  с максимальным количеством итераций на шаге 5-10.

Многовариантные расчетные исследования показали значимую зависимость устойчивости связанного решения от выбранного коэффициента релаксации ( $RF\_f$ ) для вычисления аэродинамических нагрузок, следовательно, и от количества итераций, необходимых для обеспечения сходимости численного решения ( $i\_converged$ ) (табл. 3.18.).

Таблица 3.18. Обеспечение устойчивости и сходимости численного решения в зависимости от выбора расчетных параметров

$\Delta t$ , с	$RF\_f$	$i\_max$	$i\_converged$
0.010	0.15	50	нет (неустойчивое решение)
0.010	0.10	50	33
0.010	0.05	100	62
0.005	0.10	50	нет (неустойчивое решение)
0.005	0.05	100	54
0.001	0.10	50	нет (неустойчивое решение)

Также показана зависимость средней составляющей и амплитуды колебаний аэродинамических сил и перемещений балки и независимость частотных характеристик сигнала от выбранного расчетного шага по времени в сопоставлении с «эталонным» решением.

При наилучшем сочетании исследуемых расчетных параметров ( $\Delta t=0.005$  с,  $RF\_f=0.05$ ,  $i\_max=100$ ,  $i\_converged=54$ ) расхождение с источником по

аэродинамической суммарной нагрузке составляет не более 2.5%, по перемещениям точки А – не более 15.9%, по частотам колебаний в направлении потока – 8.26%, поперек потока – 0.75%.

Следует отметить изменение частотных характеристик потока (в частности, частота срыва вихрей с цилиндра) при учете взаимного влияния гибкой конструкции и потока друг на друга. На рисунке 3.28 показаны временные зависимости аэродинамических сил, действующих на неподвижный жесткий цилиндр, по результатам расчетов как в связанной (FSI), так и несвязанной (CFD) постановках. Частота вихреобразования ( $f_{FD,FL}=4.348$  Гц – см. табл. 3.7.-3.8.) в случае «чистого» аэродинамического расчета (CFD) лежит между двумя низшими собственными частотами колебаний балки ( $f_1=2.154$  Гц,  $f_2=13.263$  Гц – см. табл. 3.11. и рис. 3.15.). При взаимодействии с потоком балка начинает изгибаться. По картинам деформирования (рис. 3.15.) видно, что колебания возбуждаются по 2-й форме собственных колебаний. Этим может объясняться тот факт, что частота колебаний в направлении потока ( $f_{FD,Ux,A}=10$  Гц) меняется ближе к  $f_2$ , а частота колебаний поперек потока ( $f_{FD,Ux,A}=5.26$  Гц) тяготеет к низшей  $f_1$ .

#### **3.4. Моделирование поведения жидкости резервуаре с жесткими стенками при гармоническом динамическом воздействии**

Поведение жидкости (воды) в резервуаре с жесткими стенками (выполненными из оргстекла) моделировалось при гармоническом динамическом воздействии вдоль оси X [113]:

$$X_{(t)} = D \cdot \sin(\omega_l t) \quad (3.10)$$

где:  $X_{(t)}$  – функция задаваемых горизонтальных перемещений от времени [м];  $D = 0.005$  [м] – максимальная амплитуда горизонтальных (вдоль оси X) перемещений;  $\omega_l$  – круговая частота прикладываемого воздействия [радиан / с] (табл. 3.19.);  $t$  – время [с].

Расчетные исследования проводились для двух вариантов заполнения бака ( $h$  [м]). Рассматривались и дорезонансный и послерезонансный режимы. Ниже представлены результаты для наиболее сложного и практически значимого случая



*резонансного режима*, когда частота динамического воздействия совпадает или близка к низшей собственной частоте колебаний жидкости ( $\omega_l \approx \omega_n$ ), где  $\omega_n$  – первая собственная круговая частота жидкости (воды) в испытуемом резервуаре [113]. Основные параметры расчетных случаев указаны в таблице 3.19.

Таблица 3.19. Основные параметры расчетных случаев

h/a	$\omega_l / \omega_n$	$\omega_l$ [радиан/с]	a [м]	h [м]	$\omega_n$ [радиан/с]
1.3	1.008	5.615	0.48	0.624	5.571
0.4	1.038	4.387	0.48	0.192	4.228

*Целью* исследований является получение аутентичной картины расплескивания жидкости внутри резервуара с проявлением ее нелинейных свойств тремя альтернативными численными подходами:

1. МКЭ (постановка Лагранжа) – ANSYS Mechanical;
2. МКО и VOF (постановка Эйлера) – ANSYS CFX;
3. МКЭ (постановка ALE) – ABAQUS Explicit.

Основным контролируемым параметром выбрана частота колебаний и высота волны ( $H_{\text{water}} = \eta_0$ ) вблизи левой стенки резервуара. В качестве эталона приняты результаты эксперимента, подробно описанного в [113].

Геометрическая форма и размеры моделируемого резервуара полностью соответствуют экспериментальному образцу [113] и показаны на рис. 3.29.

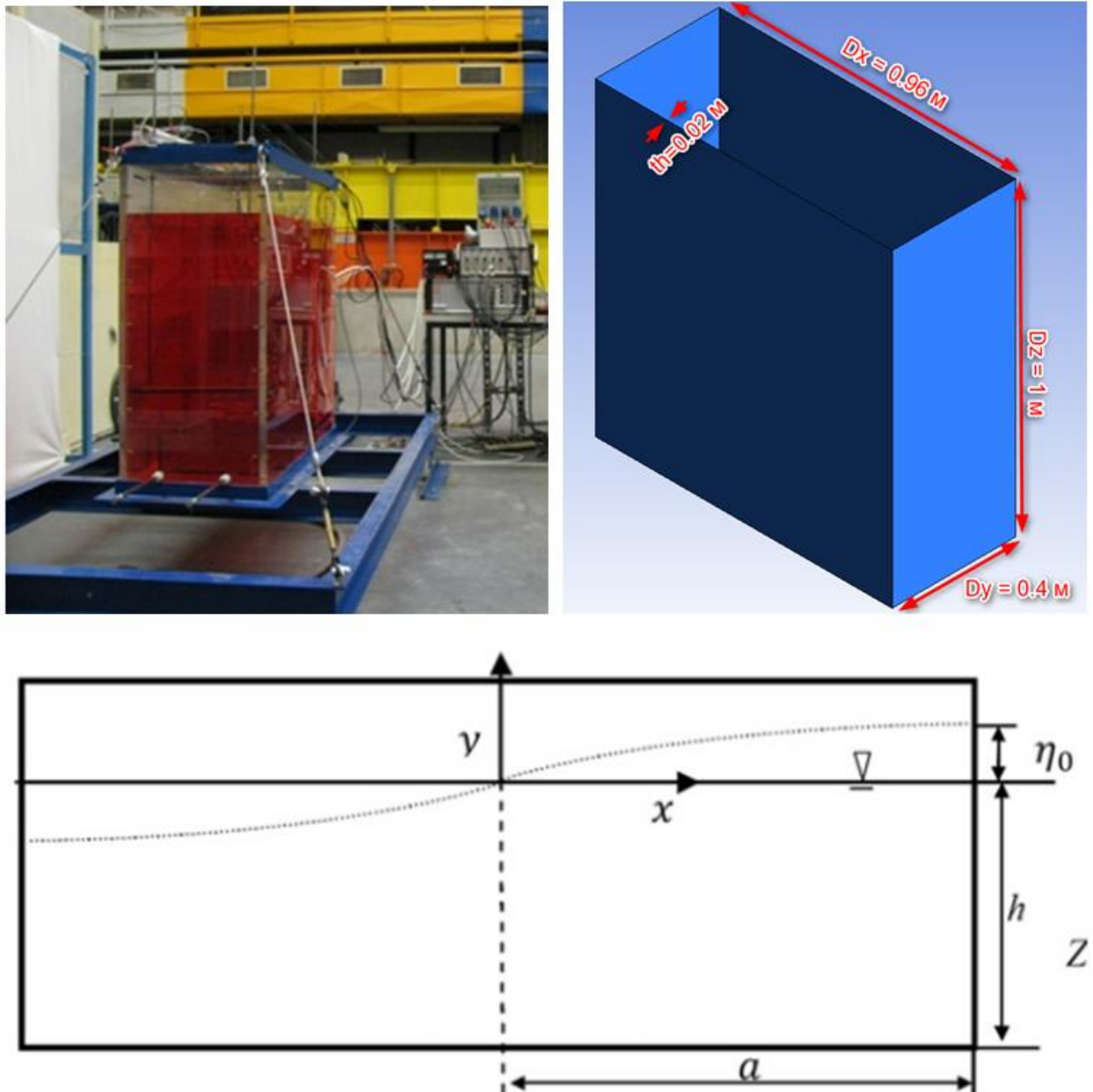


Рис. 3.29. Геометрические параметры резервуара

### 3.4.1. Описание расчетных КЭ-моделей

#### 3.4.1.1. ANSYS Mechanical

Для моделирования жидкости использовались элементы FLUID80 (модификация элемента SOLID45, с нулевой сдвиговой жесткостью). Стенки резервуара моделировались элементами SOLID185 (условно абсолютно жесткие). Расчетная сетка полностью структурированная (рис. 3.30.). Характерный размер конечного элемента составляет 0.025 м.

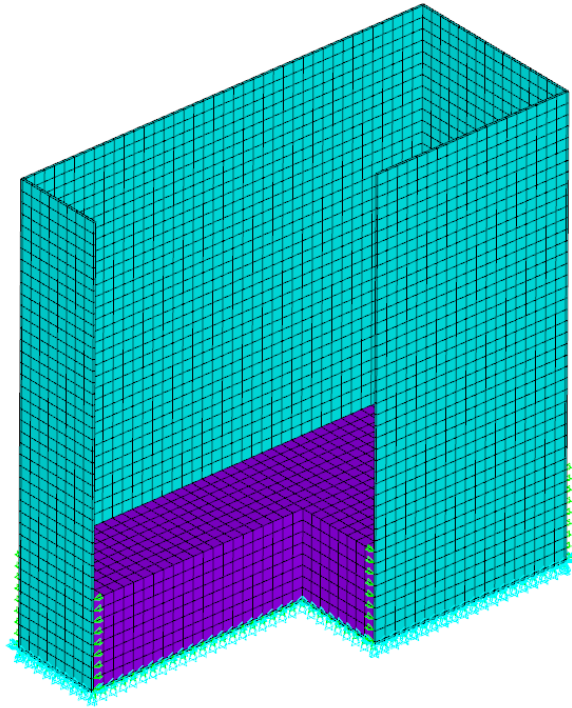


Рис. 3.30. Трехмерная расчетная КЭ модель с вырезом 1/4 части для варианта заполнения  $h/a=0.4$  (ANSYS Mechanical)

#### 3.4.1.2. ANSYS CFX

В силу симметрии задачи (опираясь на результаты эксперимента [113]) основные расчеты проведены в квази-двумерной постановке. В этом случае размер расчетной области в направлении оси  $OY$  выбирался равным размеру элемента сетки в плоскости  $XZ$  ( $DY=0.004$  м).

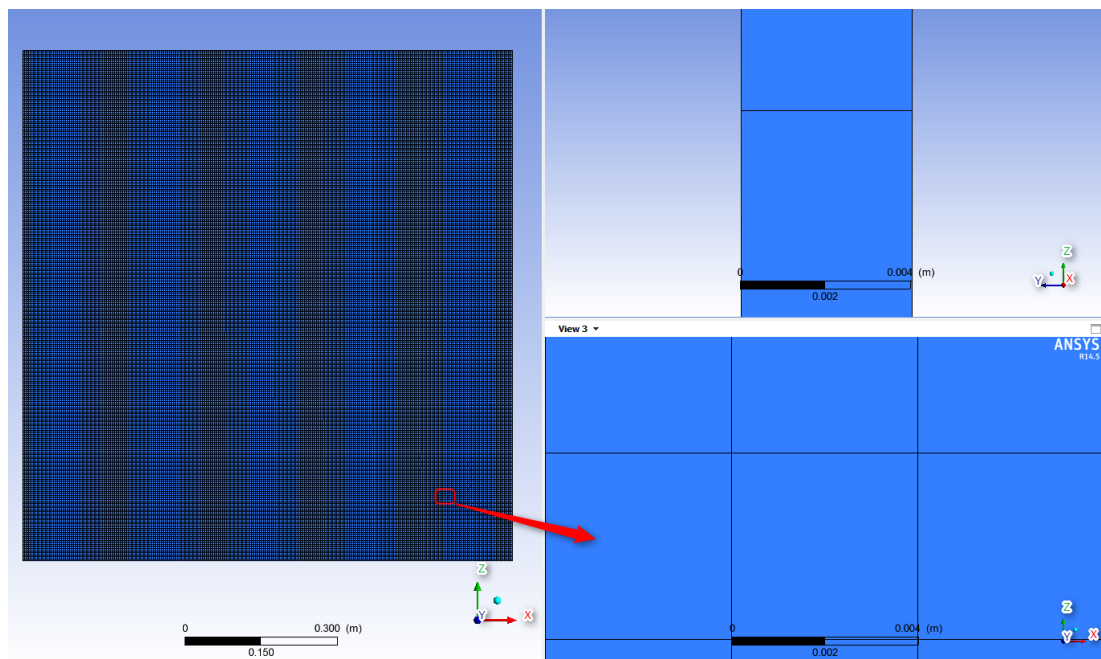


Рис. 3.31. Квазидвумерная расчетная сетка (121000 ячеек, ANSYS CFX)

### 3.4.1.3. ABAQUS Explicit

При расчёте использовалась двумерная расчётная модель. По длине резервуара задавалось 48 элементов, по высоте – 10 и 31 элемент, соответственно, для  $h/a = 0.4$  и  $h/a = 1.3$ . Применялись конечные элементы CPE4R (4-узловой четырёхугольный конечный элемент сплошной среды с билинейной функцией формы, редуцированной схемой интегрирования и контролем за деформациями формы с нулевой энергией для расчёта НДС в случае плоского деформированного состояния).

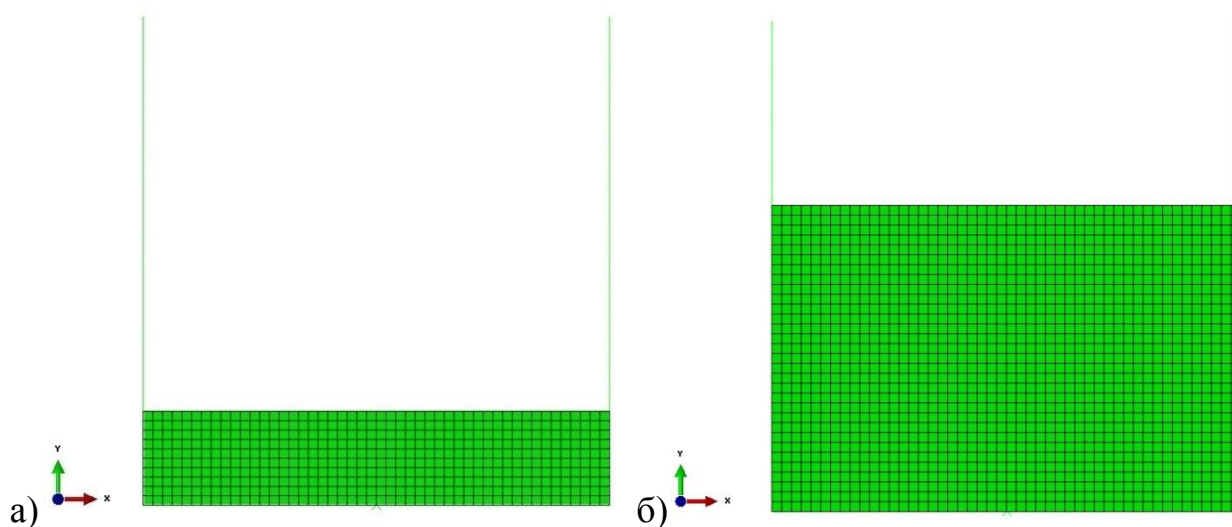


Рис. 3.32. Двумерная расчетная сетка (ABAQUS Explicit)

### 3.4.2. Параметры расчетов

#### 3.4.2.1. ANSYS Mechanical

На общих поверхностях воды и резервуара накладывались ограничение степеней свободы по нормальям (перемещение в направлении перпендикулярном плоскости контакта) командой CP.

Для вычисления собственных частот и форм колебаний жидкости использовался редуцированный метод. Для решения задачи в динамической решение СЛАУ выполнялось прямым разреженным методом (SPARSE). Интегрирование по времени проводилось методом Ньюмарка. Шаг интегрирования варьировался от 0.01 с до 0.1 с. Гармоническое воздействие прикладывалось к нижней поверхности резервуара в виде заданных перемещений.

### 3.4.2.2. ANSYS CFX

Рассматриваемое поведение жидкости и газа в резервуаре принимается ламинарным мультифазовым (Air 25°C – Water 25°C). Воздух и жидкость в резервуаре моделируются трехмерными нестационарными нелинейными уравнениями гидрогазодинамики Навье-Стокса. Для учета мультифазности потока применяется подход моделирования «свободной поверхности» (Multiphase Free Surface Flow).

Для дискретизации решаемых уравнений гидрогазодинамики применяется метод конечных объемов (МКО) с применением схемы переноса «High Resolution» и неявной схемы интегрирования по времени обратным методом Эйлера второго порядка. Максимально допустимое значение невязок по давлениям и трем компонентам скорости потока принималось равным  $10^{-4}$ .

На стенках резервуара и днище задавалось условие прилипания на стенке (компоненты скорости  $U=V=W=0$ ). На боковых границах – условие симметрии. На верхней границе резервуара – мягкие граничные условия (*Opening*). На стенках и днище резервуара задавался гармонический закон движения «стенки» во времени (3.10).

Шаг по времени для нестационарных расчетов выбирался в зависимости от минимального размера ячейки и скорости потока таким, чтобы для числа Куранта выполнялось условие:

$$Co = \frac{V \cdot \Delta t}{\Delta x} < 2.$$

### 3.4.2.3. ABAQUS Explicit

Динамический расчёт по явной схеме интегрирования по времени проводился в геометрически нелинейной постановке с помощью комплекса Abaqus/Explicit. Шаг по времени при расчёте выбирался автоматически без ограничений на минимальное значение. Параметр схемной линейной вязкости принимался равным 0.06, а квадратичной вязкости – 1.2. Гармоническое воздействие прикладывалось к жестким стенкам и дну резервуара в виде заданных перемещений (3.10).

Контакт между жидкостью и жесткими стенками резервуара представляется как обобщенный случай контактного взаимодействия (general contact) с малым относительным смещением контактирующих поверхностей друг относительно друга.

Для предотвращения деградации расчётной сетки применялся адаптивный алгоритм её перестроения (ALE). Перестроение расчётной сетки из условия минимизации дисторсии конечных элементов осуществлялось на каждом шаге расчёта за 3 итерации. В качестве алгоритма сглаживания использовался алгоритм с применением геометрически улучшенных эвристических форм, основанный на объёмном методе сглаживания и использующий в качестве исходных данных для перестроения сетки текущее положение узлов. Для адвекции переменных поля использовался метод второго порядка, основанный на работе Ван Лира (Van Leer), а для адвекции количества движения – метод проекций центров элементов.

### ***3.4.3. Результаты расчетов***

В качестве верификации расчетной модели ANSYS Mechanical проведен модальный анализ жидкости в резервуаре для нескольких вариантов заполнения ( $h/a=0.4$ ,  $h/a=0.7$ ,  $h/a=1.0$ ,  $h/a=1.3$ ). Результаты расчетов сопоставлялись с результатами эксперимента, описанного в [113], и приведены в таблице 3.20. и на рисунке 3.33.

Основные результаты расчетов для наиболее интересного случая, проведенных с применением трех альтернативных численных подходов, и их сопоставление с результатами эксперимента приведены на рис. 3.34-3.35.

Проведено дополнительное исследование зависимости проявления физической нелинейности жидкости от величины амплитуды динамического воздействия – прикладывалось гармоническое воздействие с исходной ( $D = 0.005$  [м]) и вдвое уменьшенной ( $D = 0.0025$  [м]) амплитудой с применением методик, реализованных в ABAQUS Explicit и ANSYS Mechanical (рис. 3.36).

Таблица 3.20. Первые собственные частоты колебаний жидкости для различного заполнения резервуара. Сопоставление результатов эксперимента [113] и численных расчетов (ANSYS Mechanical)

h/a	Эталон [113]		ANSYS Mechanical	Расхождение
	$\omega_n$ [радиан/с]	$f_n$ [Гц]	$f_n$ [Гц]	%
1.3	5.571	0.8867	0.87017	1.90
1	5.426	0.8636	0.84947	1.66
0.7	5.068	0.8066	0.80047	0.77
0.4	4.228	0.6729	0.67213	0.12

#### 3.4.4. Анализ результатов и выводы

Наблюдается качественное (форма волны) и количественное (высота и частота колебаний волны) соответствие численных результатов с экспериментальными данными. По амплитудным характеристикам рассогласование численных (для трех применяемых подходов) и экспериментальных результатов не превышает 1-2% при реализации «небольших» волн (до 5 см), максимальное рассогласование составляет 15% с увеличением высоты волны по времени. Следует отметить, что с увеличением амплитуды колебания волны больше проявляется нелинейность жидкости. Подходы Эйлера и ALE позволяют отследить это нелинейное поведение жидкости, в отличие от Лагранжева подхода, реализованного в ANSYS Mechanical. Результаты дополнительных расчетных исследований ожидаемо показали: чем меньше амплитуда динамического воздействия, тем меньше проявляются нелинейные свойства жидкости, и рассогласование между численными результатами, полученными по альтернативным подходам, стремится к нулю (рис. 3.36).

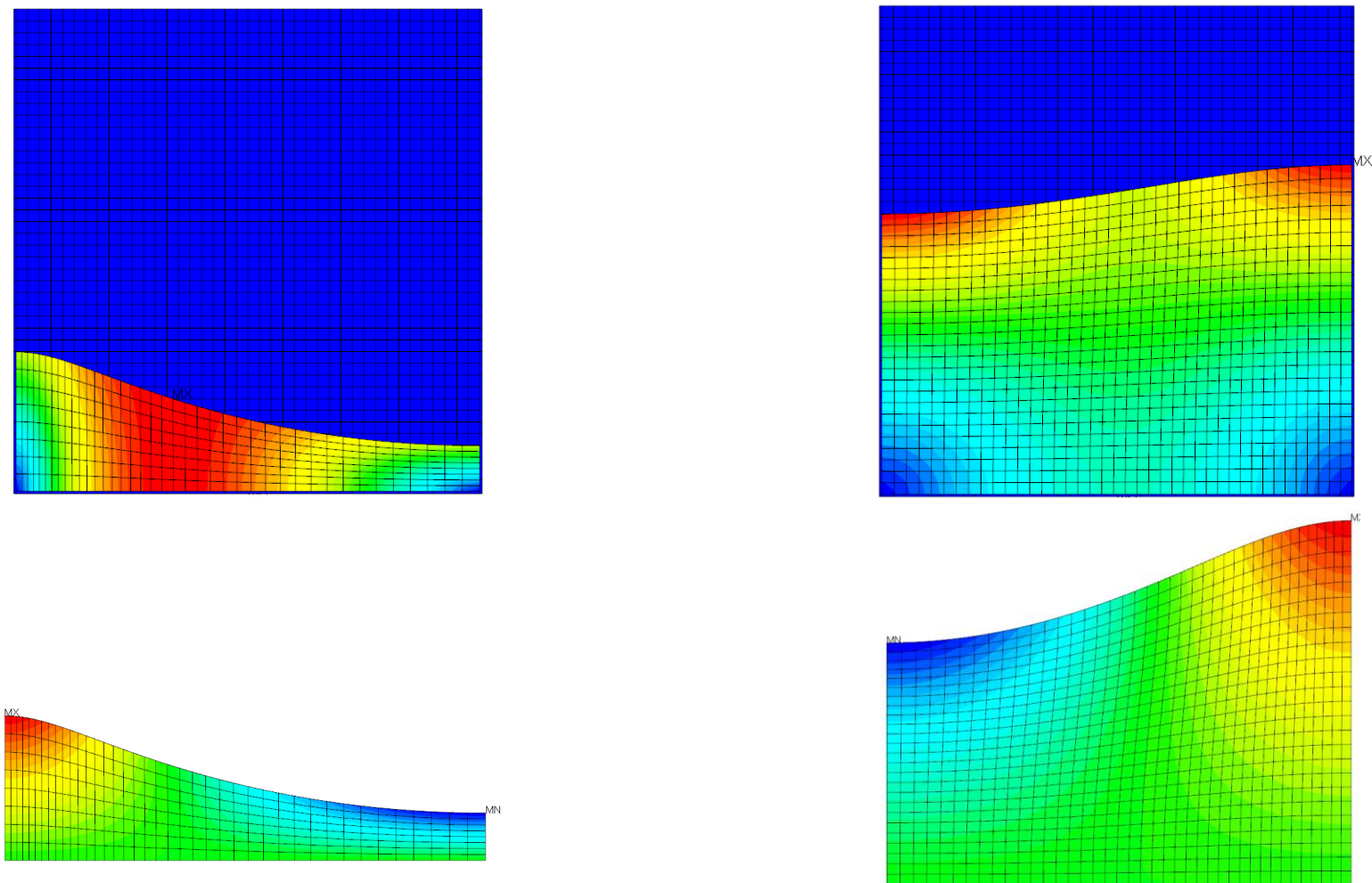


Рис. 3.33. Первая форма и частота собственных колебаний.  
Слева:  $f_1=0.672$  [Гц], при  $h/a=0.4$ . Справа:  $f_1=0.870$  [Гц], при  $h/a=1.3$  (справа).  
Суммарные перемещения (сверху), вертикальные перемещения (снизу). ANSYS Mechanical



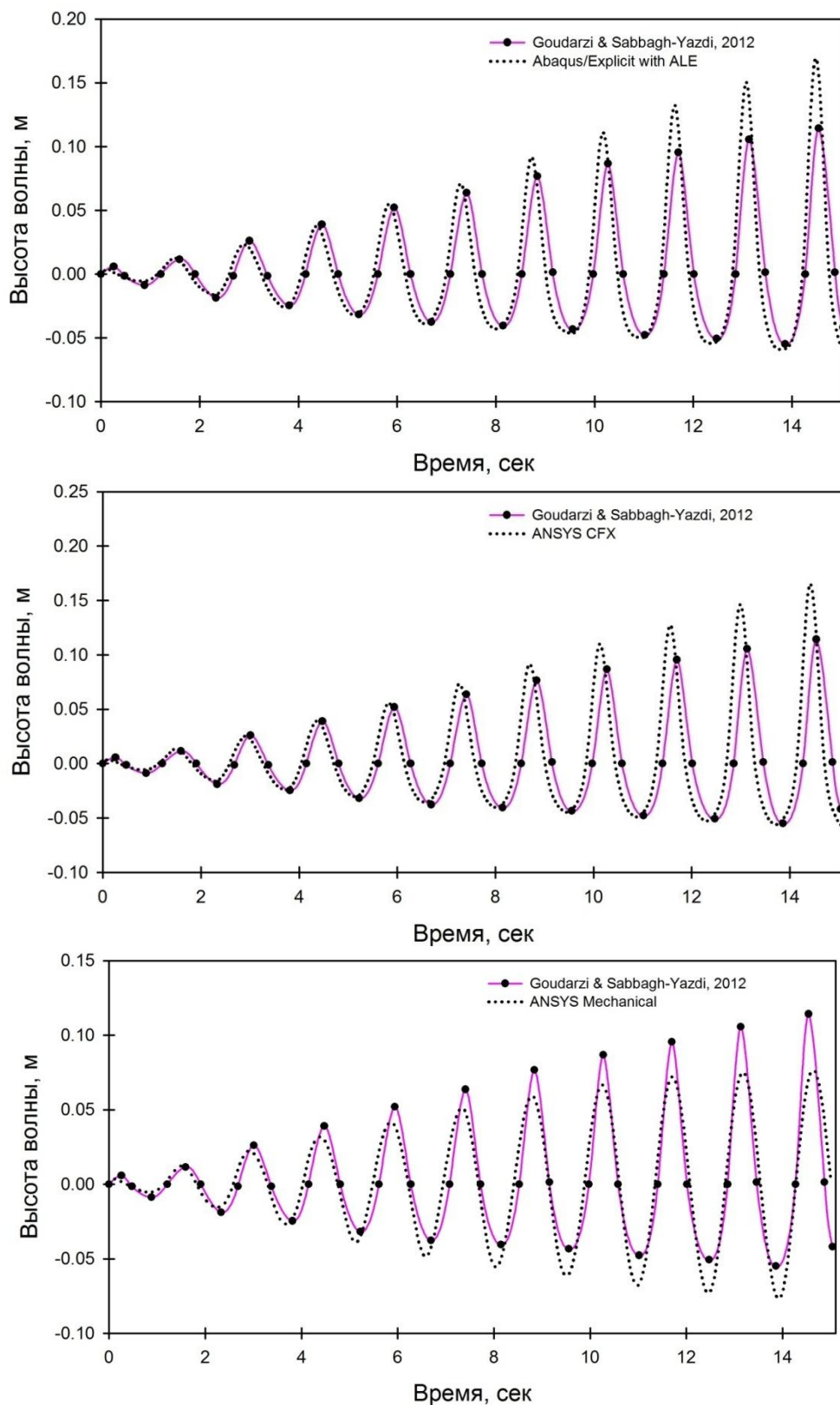


Рис. 3.34. Зависимость высоты волны на левой стенке резервуара от времени (Сверху вниз: ABAQUS Explicit, ANSYS CFX, ANSYS Mechanical). Расчетный случай:  $h/a = 0.4$  [м],  $\omega_l = 4.387$  [рад/с]. Пунктир – [113] (Резонансный режим)

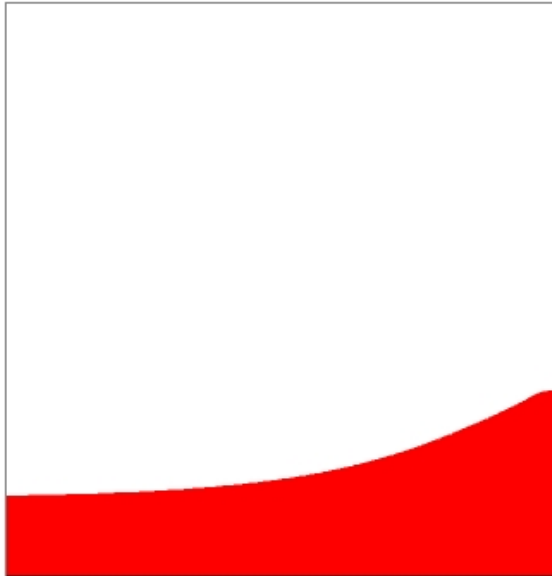


$h/a = 0.4$  (time = 11.82 Sec)

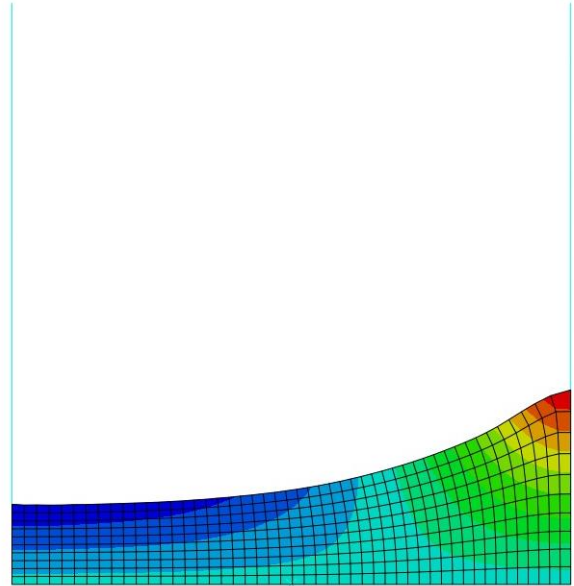


$h/a = 0.4$  (time = 11.72 Sec)

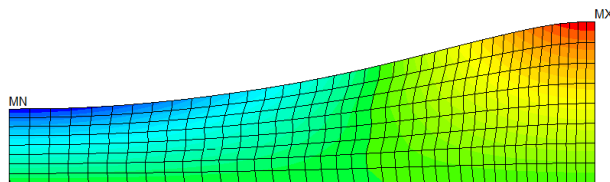
Эталон [113]



ANSYS CFX:  $h/a=0.4$  (time=12.23 с)



ABAQUS Explicit:  $h/a=0.4$  (time=12.35 с)



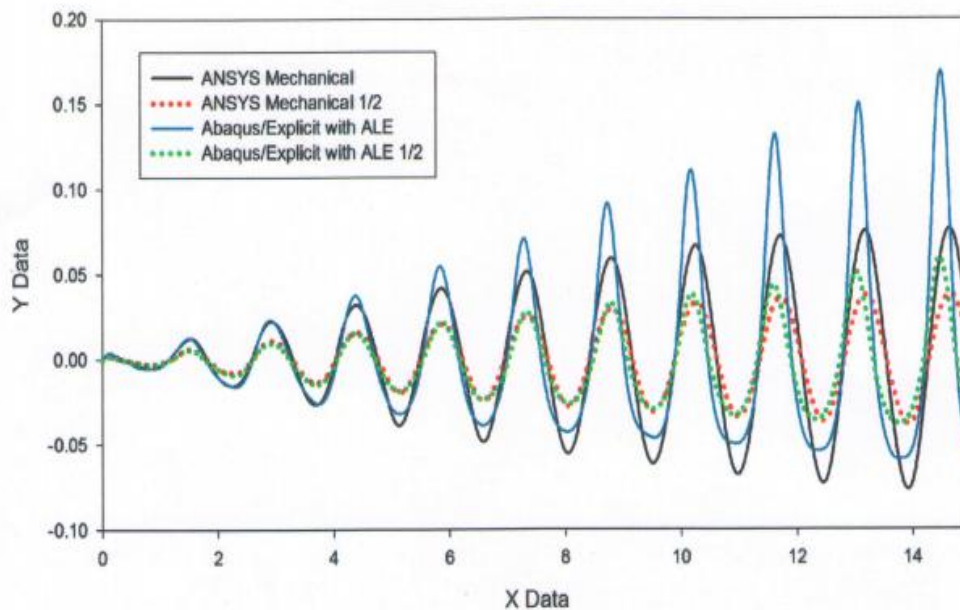
ANSYS Mechanical:  $h/a=0.4$  (time=11.82 с)

Рис. 3.35. Форма вынужденных колебаний жидкости.  
Сопоставление расчетных (ANSYS CFX, ABAQUS Explicit и ANSYS Mechanical)  
и «эталонных» [113] результатов.

Расчетный случай:  $h/a = 0.4$  [м],  $\omega_l = 4.387$  [рад/с]

(Резонансный режим)

Расчетный случай:  $h/a = 0.4$  [м],  $\omega_l = 4.387$  [рад/с]  
(Резонансный режим)



Расчетный случай:  $h/a = 1.3$  [м],  $\omega_l = 5.615$  [рад/с]  
(Резонансный режим)

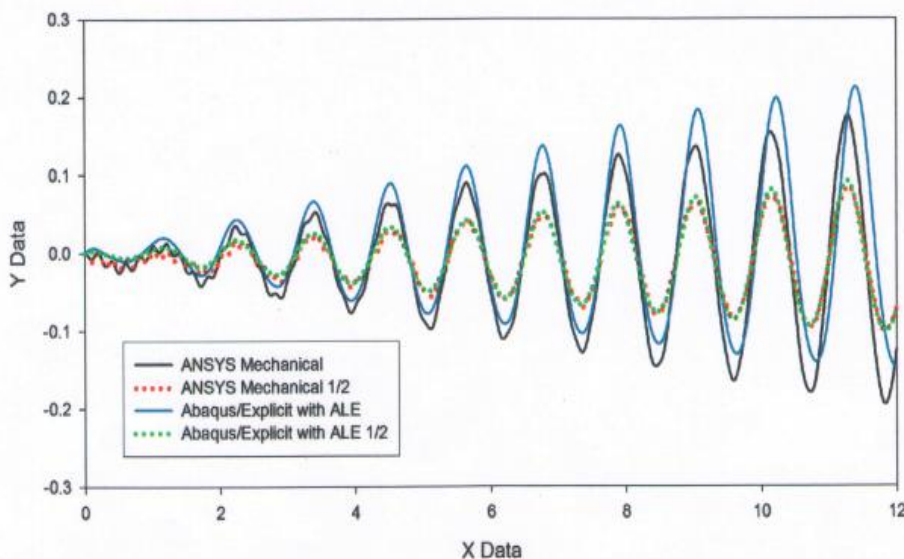


Рис. 3.36. Высота волны (Y Data, м) от времени (X Data, с).  
Сплошная голубая линия – ABAQUS Explicit ( $D = 0.005$  [м]);  
Сплошная фиолетовая линия – ANSYS Mechanical ( $D = 0.005$  [м]);  
Пунктирная зеленая линия – ABAQUS Explicit ( $D = 0.0025$  [м]);  
Пунктирная красная линия – ANSYS Mechanical ( $D = 0.0025$  [м])

### 3.5. Численное моделирование динамики экспериментальной установки «подвижная рама – тонкостенный резервуар – жидкость» в связанной постановке

Численное моделирование статического и динамического поведения жидкости в резервуаре с учетом контактного взаимодействия с тонкостенной конструкцией экспериментальной модели резервуара РВС-5000 проводились по разработанной методике в ПК ANSYS Mechanical.

Многовариантные верификационные численные расчетные исследования физической модели резервуара РВС-5000 (без учета и с учетом начальных несовершенств оболочки) проводились на подвижной раме при разных уровнях заполнения водой при статических нагрузках и импульсных воздействиях различной продолжительности. Результаты численных расчетов сопоставлялись с результатами испытаний физической модели объекта (масштаб 1:17.5), проведенных в НОЦ ИИМСК МГСУ.

Основные геометрические параметры модели и физико-механические характеристики используемых материалов приведены в таблице 3.21-3.22.

Таблица 3.21. Основные геометрические характеристики физической модели РВС-5000

Внутренний диаметр, м	1.3
Высота стенки, м	0.69
Толщина стенки, мм	1
Толщина крышки, мм	1

Таблица 3.22. Физико-механические характеристики материалов

<i>Сталь (резервуар, рама)</i>	
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup> :	7850
Модуль упругости $E$ , Па:	$2.1 \cdot 10^{11}$
Коэффициент Пуассона $\nu$ :	0.3
<i>Вода</i>	
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup> :	1000
Динамическая вязкость $\eta$ , Па·с:	0.001
Скорость объёмной волны $c_0$ , м/с:	1500

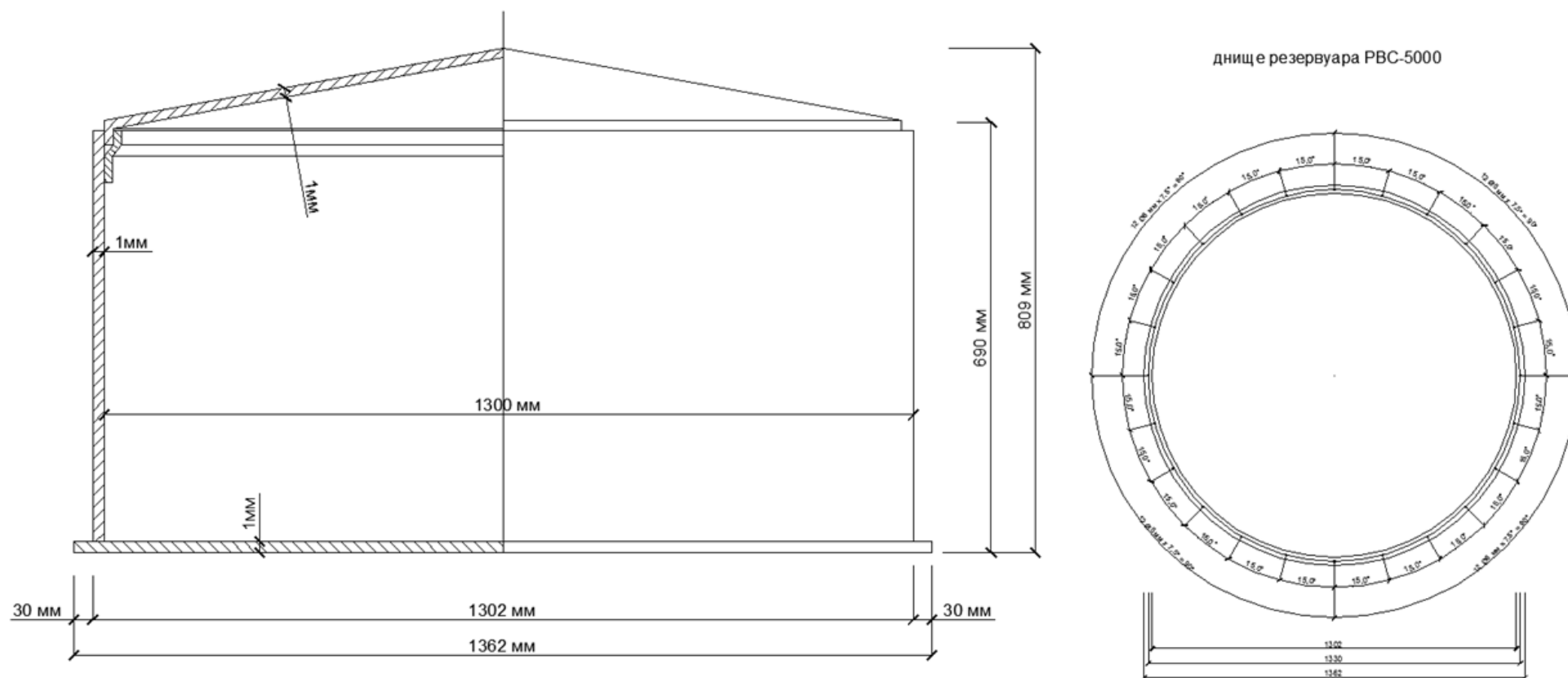


Рис. 3.37. Геометрические параметры физической модели PVC-5000 (масштаб 1:17.5)

### 3.5.1. Описание расчетных КЭ-моделей

Детальные КЭ-модели системы «экспериментальная установка (рама) – тонкостенный резервуар – жидкость» создавались в препроцессоре программного комплекса ANSYS Mechanical с использованием разработанного параметризованного макроса, написанного на внутреннем языке программирования APDL (RVS5000\_Exp.mac).

Для моделирования жидкости использовались объемные восьмиузловые конечные элементы FLUID80. Стенки, днище, крышка резервуара и экспериментальная установка (рама) моделировались пространственно-оболочечными конечными элементами SHELL181.

В зонах оболочечного краевого эффекта (стыки «днище-стенка», «стенка-крышка») размер КЭ по высоте  $h_e$  выбирался из условия адекватного определения моментных составляющих:

$$h_e \leq 0.2 \sqrt{R \cdot th} \quad (3.11)$$

где  $R$  – радиус [м] экспериментальной модели РВС-5000,  $th$  – толщина стенки [м].

Характерный размер конечного элемента для конструкции резервуара составляет 2.85 см, для рамы – 2 см, для жидкости – 2.5 см. Общая вычислительная размерность КЭ-модели – 84 000 узлов, 294 000 степеней свободы, 82 000 КЭ.

Днище резервуара и стальная пластина экспериментальной установки имеют общие узлы. Опорные колеса рамы моделировались ограничением соответствующих степеней свободы. Жесткость пружин подбиралась на основе результатов эксперимента.

На общих поверхностях воды и резервуара накладывалось ограничение на степени свободы по нормали к поверхностям (перемещение в направлении, перпендикулярном плоскости контакта).

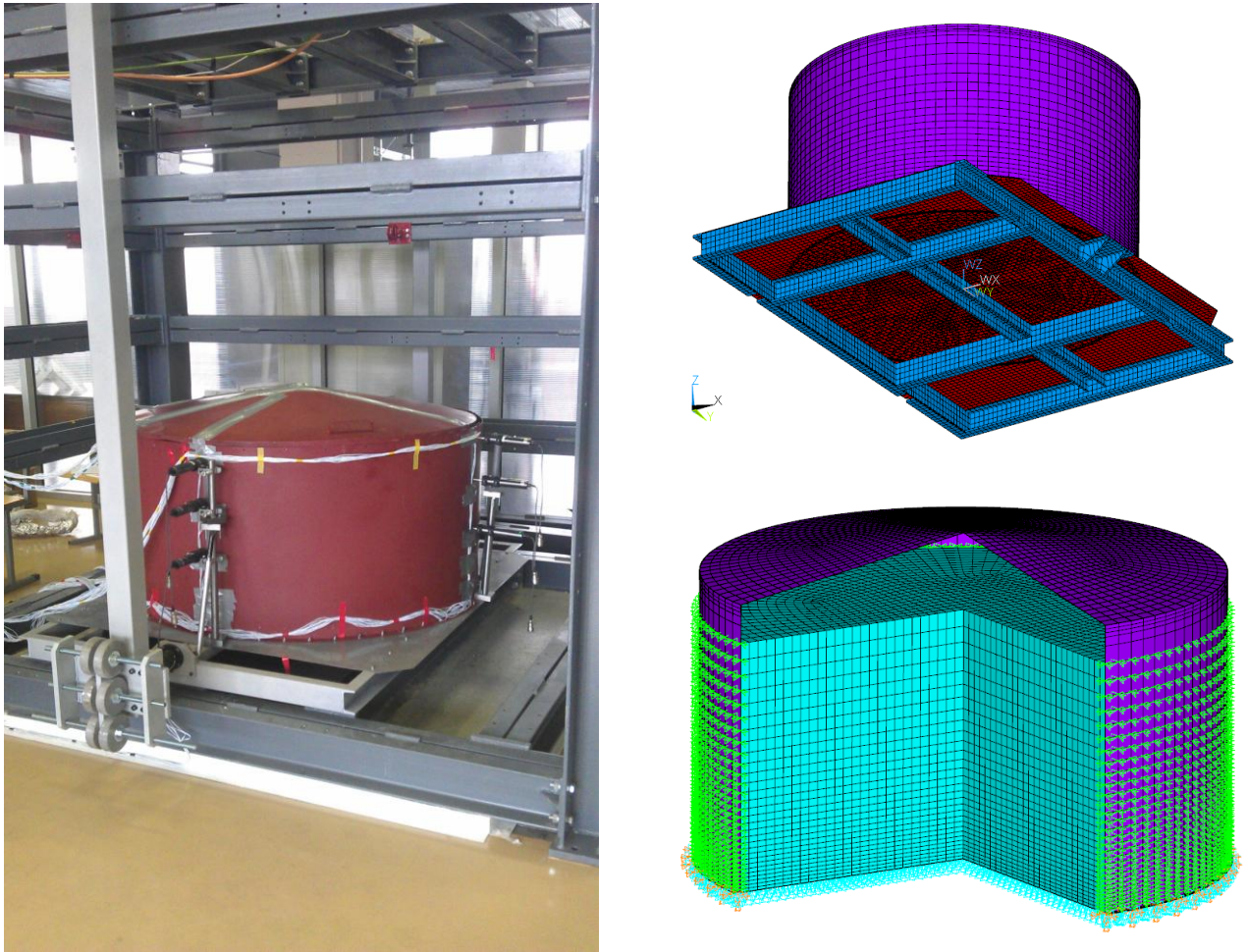


Рис. 3.38. Слева – физическая экспериментальная модель РВС-5000 на раме. Справа – КЭ модель РВС-5000 (без учета геометрических несовершенств оболочки) на раме с указанием граничных условий при 100% взливе

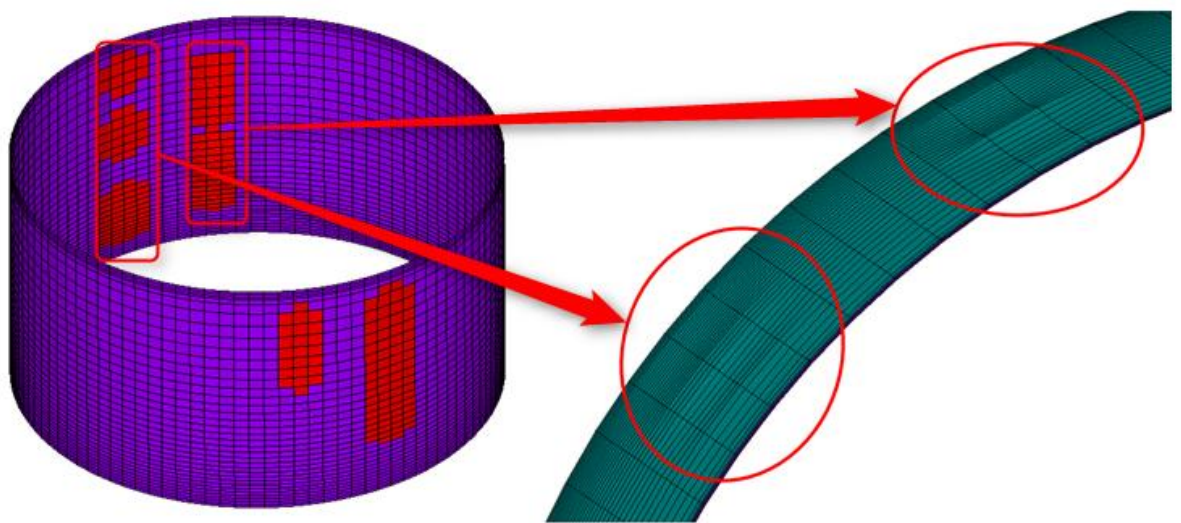


Рис. 3.39. КЭ модель РВС-5000 с учета геометрических несовершенств оболочки. Изометрия – слева; вид сверху – справа. Красным цветом показаны области с несовершенствами

### 3.5.2. Параметры расчетов

Решение СЛАУ выполнялось прямым разреженным методом (SPARSE). Для вычисления собственных частот и форм колебаний жидкости использовался редуцированный метод. Для использования этого метода ко всем узлам свободной поверхности жидкости назначался «мастер степеней свободы» по нормали к этой поверхности.

При решении задачи в динамической постановке применялся метод Ньюмарка ( $\alpha = 0,2525$  и  $\delta = 0,505$ ). Шаг интегрирования для динамического расчета принимался равным  $\Delta t = 0,002$  с .

### 3.5.3. Результаты расчетов

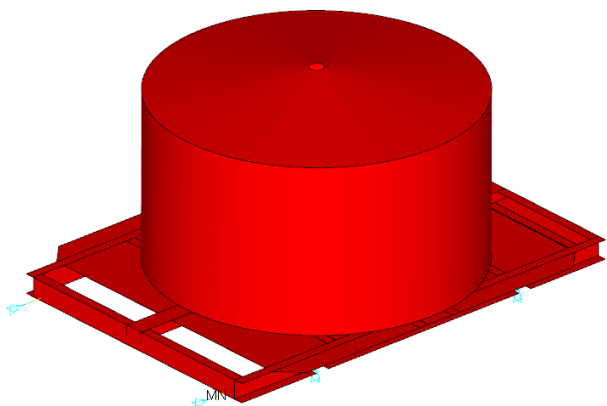
#### 3.5.3.1. Собственные частоты и формы экспериментальной модели резервуара РВС-5000 (пустого и с водой)

Собственные упругие колебания «пустого» резервуар (рис. 3.40.) лежат в частотном диапазоне, существенно более высоком (60 Гц и выше), чем собственные колебания связанной гидроупругой системы (рис 3.41., 0,776 Гц и выше).

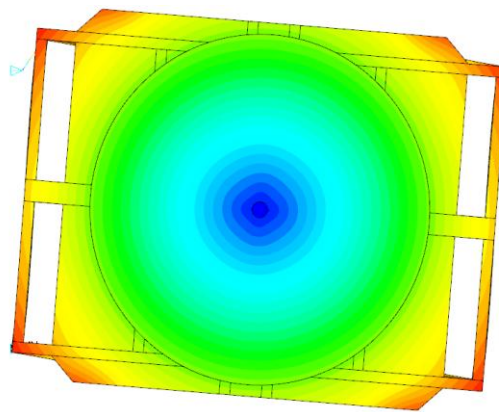
Таблица 3.23 Расчетные собственные частоты (Гц) экспериментальной модели резервуара РВС-5000 (ПК ANSYS)

№	$f$ , [Гц]	
	Пустой (0% взлив)	с водой (100% взлив)
1	2.036	0.776
2	46.395	0.776
3	60.536	1.016
4	68.373	1.021
5	68.451	1.181
6	78.894	1.181
7	79.062	1.192
8	81.422	1.317
9	81.433	1.334
10	84.796	1.391

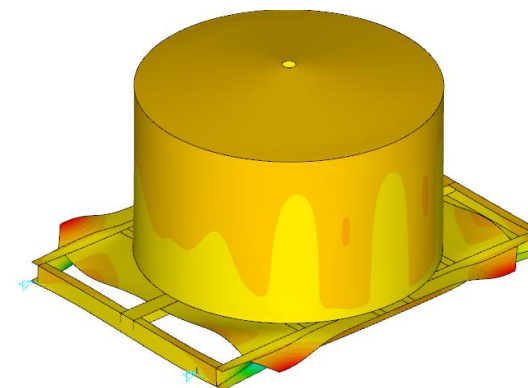




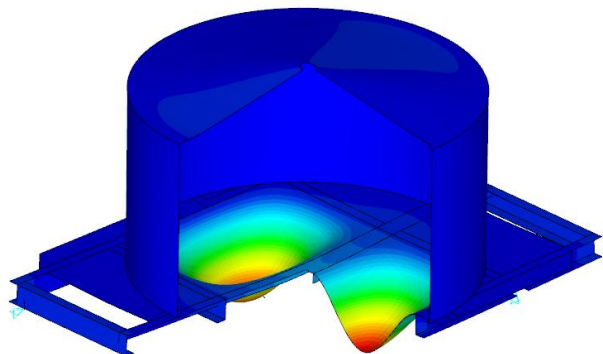
$f_1 = 2.036$  Гц (как жесткое целое по направлению воздействия)



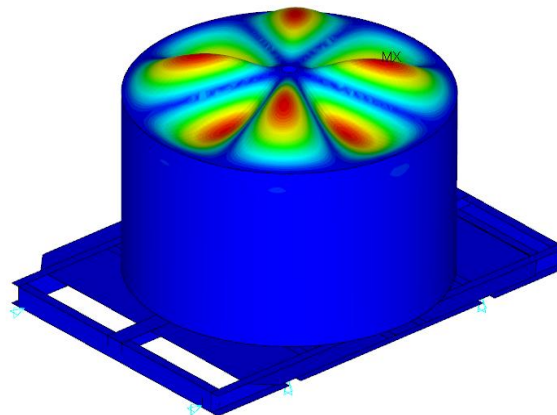
$f_2 = 46.395$  Гц



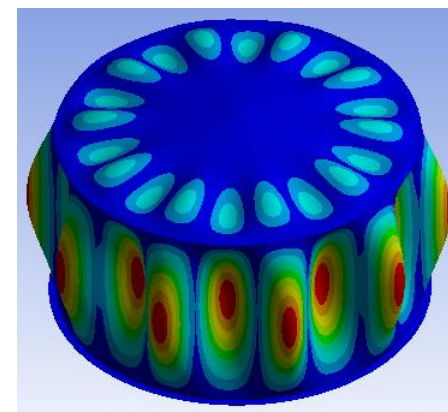
$f_3 = 60.536$  Гц



$f_{4,5} = 68.373-68.451$  Гц



$f_6 = 78.894$  Гц



$f_{34,35} = 152.060$  Гц

Рис. 3.40. Характерные расчетные собственные частоты (Гц) и частоты экспериментальной модели пустого резервуара PBC-5000 (ПК ANSYS Mechanical)

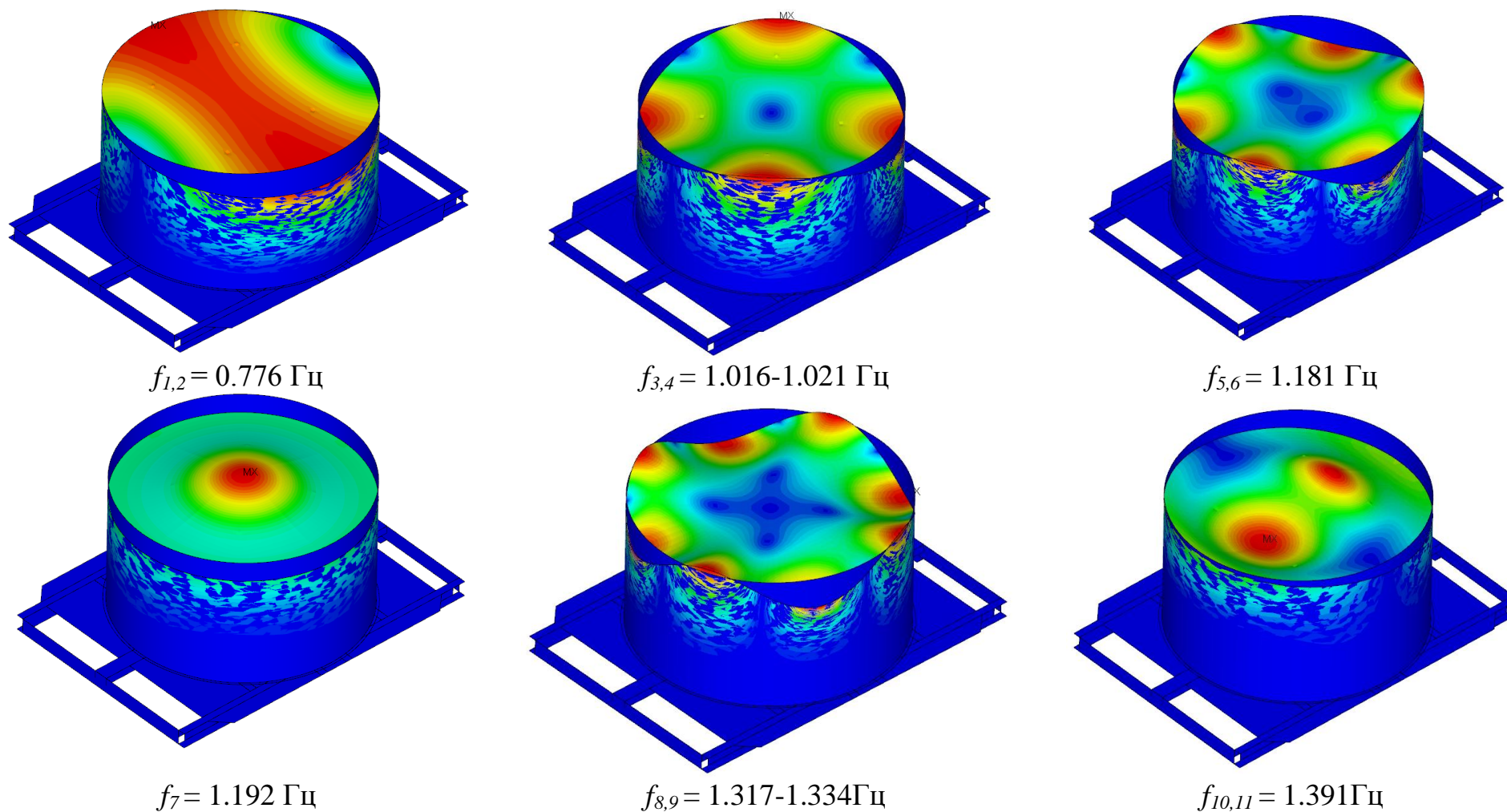


Рис. 3.41. Характерные расчетные собственные частоты (Гц) и частоты экспериментальной модели резервуара РВС–5000 с водой (*постановка Лагранжа*, ПК ANSYS Mechanical)

### 3.5.3.2. Результаты расчета экспериментальной модели резервуара РВС-5000 на гидростатическую нагрузку с учетом собственного веса

На этапе валидации разработанной подробной КЭ-модели (проверка адекватности выбранных КЭ, заданных граничных условий в зонах контакта жидкости с конструкцией резервуара и в зонах контакта днища резервуара с рамой) системы «экспериментальная установка (рама) – тонкостенный резервуар – жидкость» проводился статический расчет с учетом собственного веса и гидростатического давления. Помимо сопоставления полученных результатов с экспериментальными данными, проводилось сравнение результатов, полученных при альтернативном расчете в ПК ABAQUS.

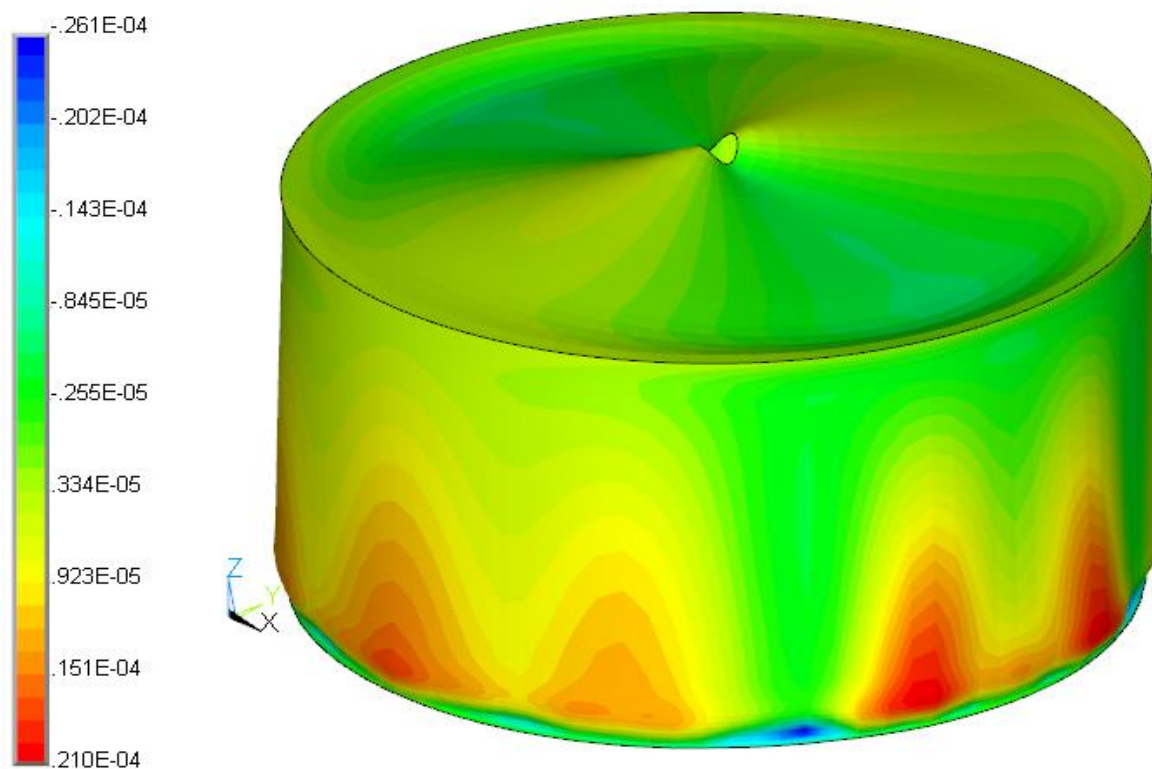
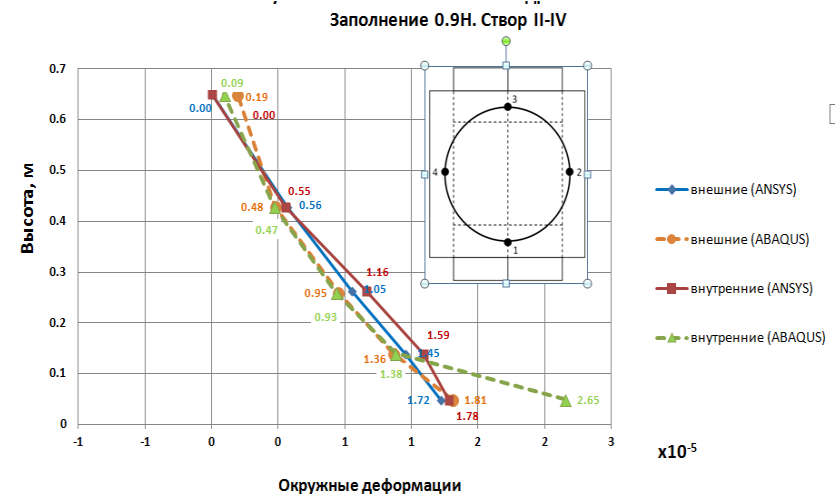
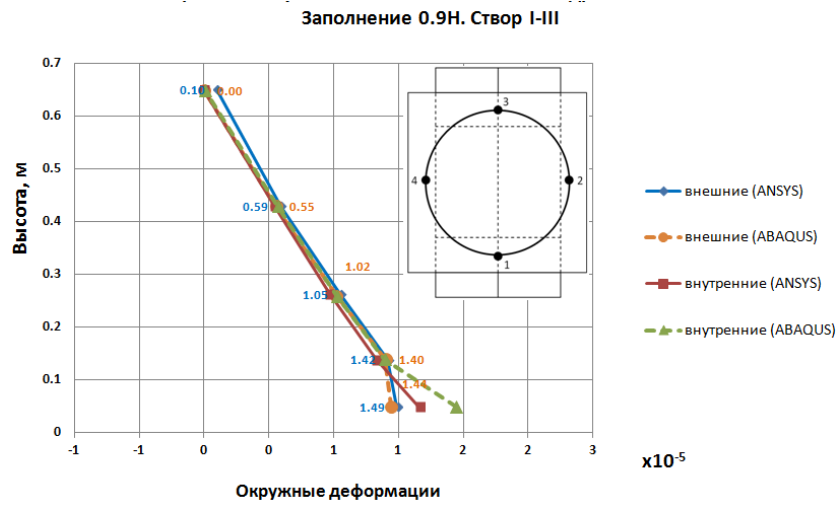
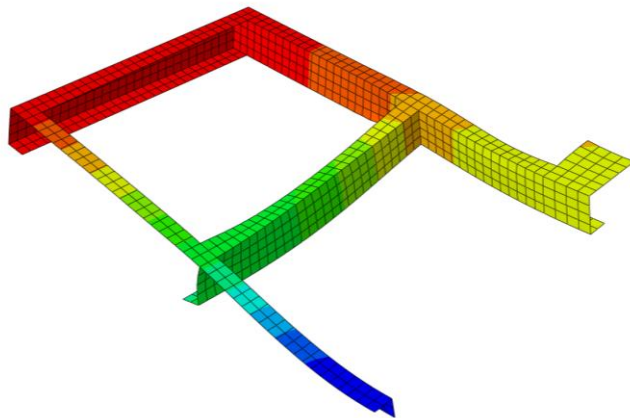


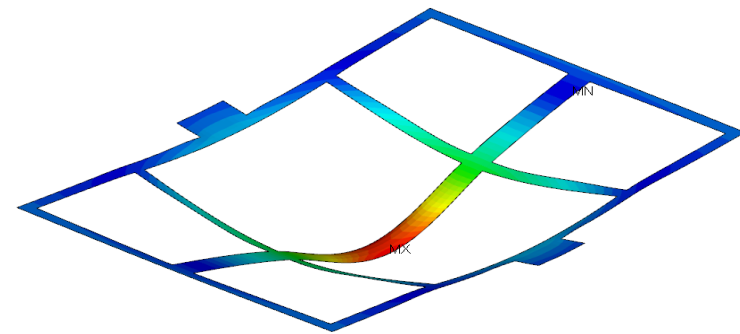
Рис. 3.42. Статический расчет. Экспериментальная модель РВС-5000 (без учета геометрических несовершенств оболочки) на раме. 100% взлив. Радиальные перемещения (м). Максимум – 0.021 мм, минимум – - 0.026 мм. (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)



а) Окружные деформации на внешней и внутренней поверхности стенки резервуара. (ПК ANSYS, ПК ABAQUS)



ПК ABAQUS



ПК ANSYS

б) Суммарные перемещения рамы. Максимум – 0.055 мм

Рис. 3.43. Результаты расчетов на гидростатическую нагрузку с учетом собственного веса при 100% взливе

3.5.3.3. Результаты динамического расчета системы «тонкостенные днище, стенка и крышка РВС-5000 – вязкая жидкость (вода) – рама» при импульсном воздействии с учетом собственного веса и гидростатики

Расчеты в динамической постановке проводились на импульсное воздействие (данные экспериментальных замеров) с учетом статического фона (собственного веса и гидростатики). Прикладываемое динамическое воздействие показано на рисунке 3.44.

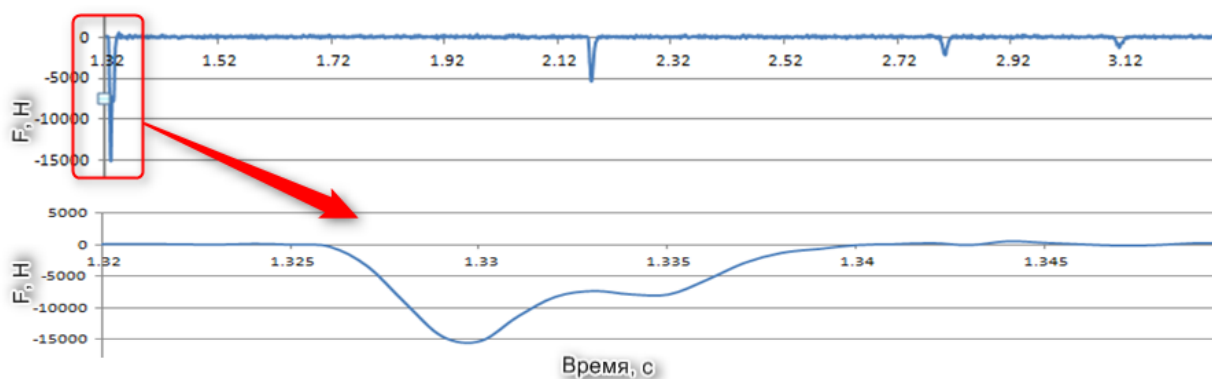


Рис. 3.44. Зависимость прикладываемого усилия (Н) от времени

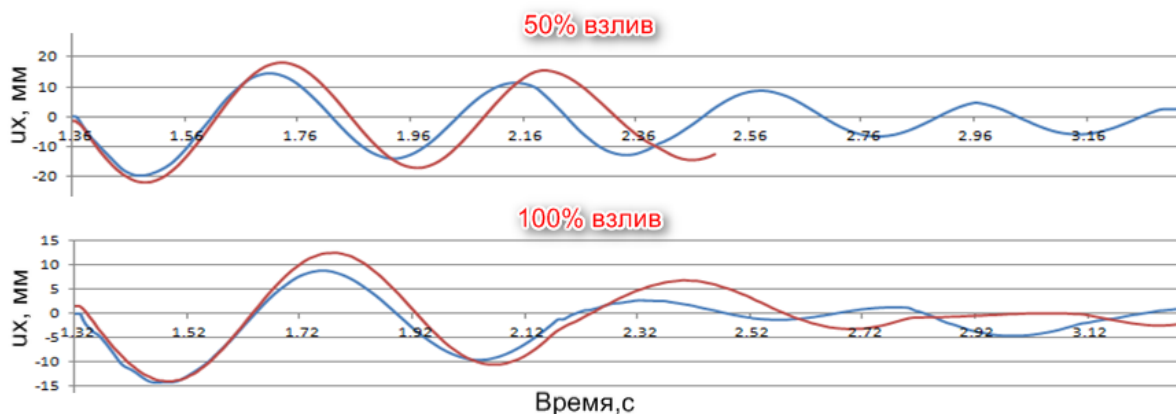
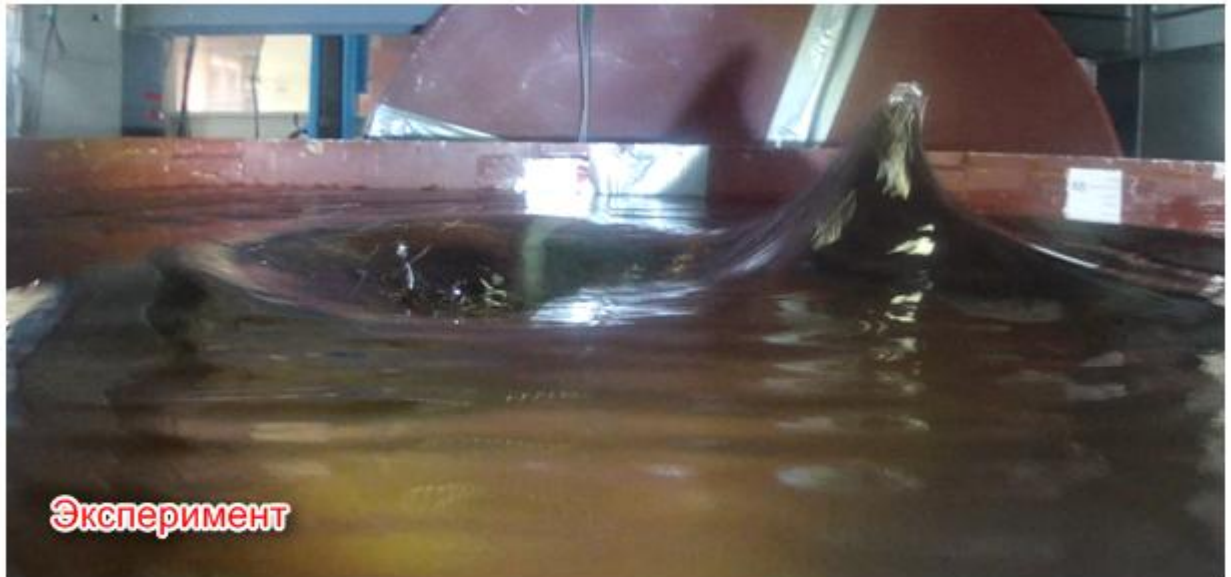
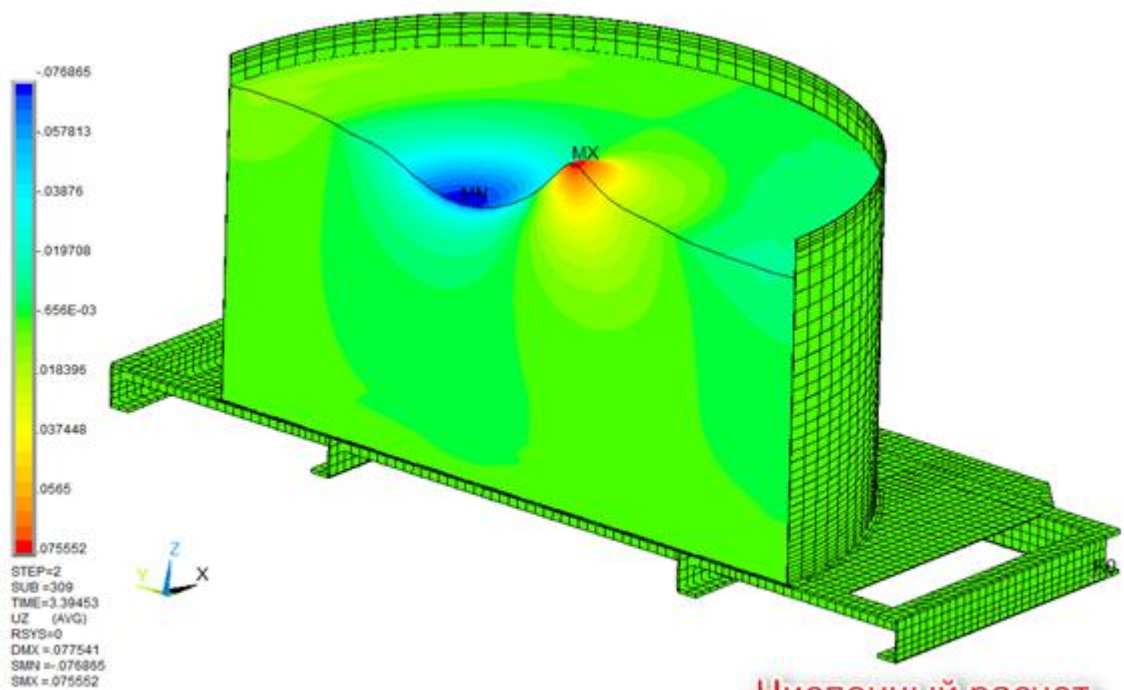


Рис. 3.45. Расчетные общесистемные колебания (красная линия) в сопоставлении с экспериментальными данными (синяя линия) во времени при различных уровнях взлива



NODAL SOLUTION



Численный расчет  
(ANSYS Mechanical)

Рис. 3.46. Форма и высота волны в момент времени  $t=3.4$  (с) после удара.  
Максимальная высота волны 7.5 см

*Без учета геометрических несовершенств оболочки резервуара*      *С учетом геометрических несовершенств оболочки резервуара*

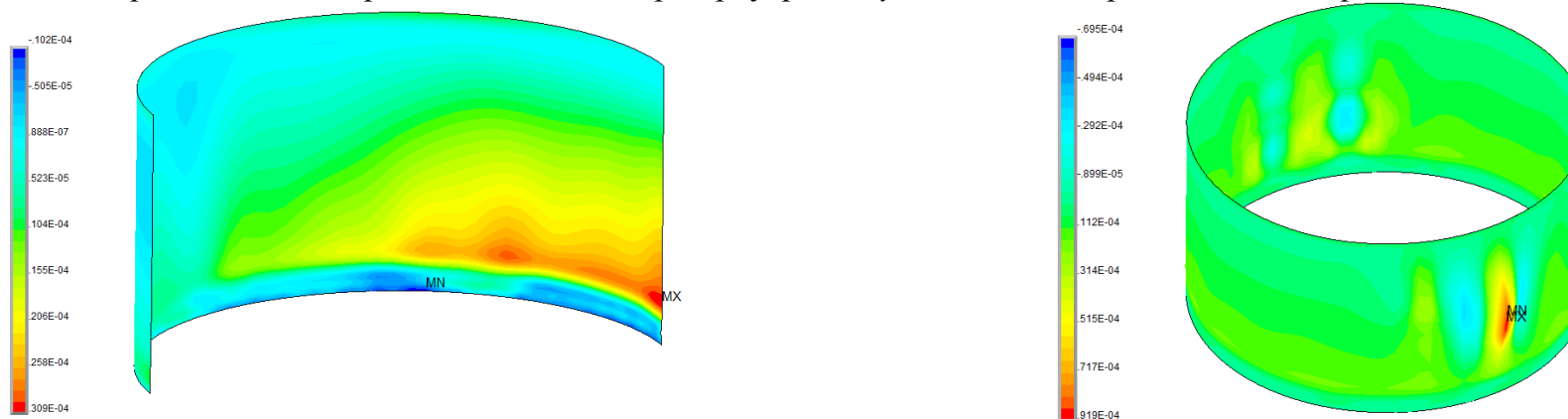


Рис. 3.47 Окружные (кольцевые) деформации на внешней и внутренней поверхностях стенки РВС-5000 в момент времени  $t=1.244$  с

*Без учета геометрических несовершенств оболочки резервуара*      *С учетом геометрических несовершенств оболочки резервуара*

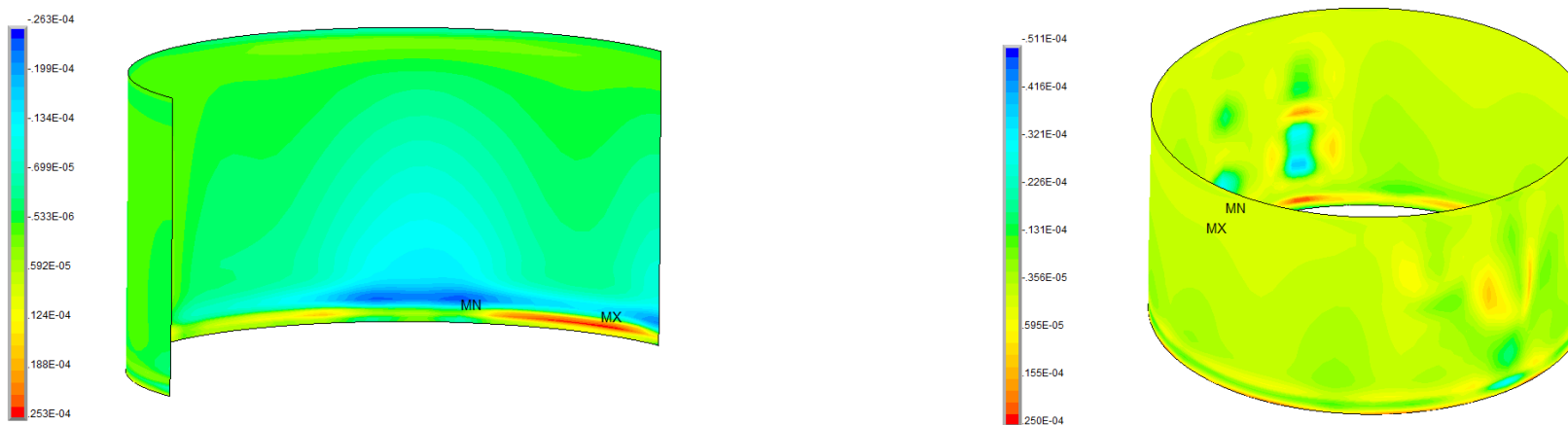


Рис. 3.48. Вертикальные деформации на внешней и внутренней поверхностях стенки РВС-5000 в момент времени  $t=1.244$  с

### **3.5.4. Анализ результатов и выводы**

Основные результаты численного моделирования статике и динамики экспериментальной установки (резервуар РВС-5000 с водой на подвижной раме), выполненного по разработанной методике показали:

- в статическом НДС четко проявляется влияние конечной жесткости (податливости) рамы, уводящее распределение перемещений, деформаций и напряжений от осесимметричного, но оставляющем две плоскости симметрии; также подтверждено значимое влияние введенных фактических начальных несовершенств (вмятины стенки) на распределение параметров НДС;

- в динамической реакции системы четко проявляются низкочастотные общесистемные колебания системы «подпружиненная рама – объект исследования» на частоте, определяемой жесткостью пружин и массой установки;

- выявлены сложные динамические картины волнообразования в резервуарах при разных уровнях заполнения, при этом достигнуто качественное (форма колебаний жидкости) и количественное (высота волны) соответствие (различие не более 5%) результатов численных расчетов с экспериментом;

- высокочастотные деформации стенок резервуаров при заданных импульсных нагрузках достигают уровня  $2 \cdot 10^{-5}$  и также чувствительны к начальным несовершенствам.

Тем самым, выполненными «верификационными» расчетами физических моделей подтверждена эффективность разработанной адаптивной методики моделирования поведения системы «подвижная рама – тонкостенный резервуар – жидкость» в варианте *эйлерова* похода связанной гидроупругой постановки.



### 3.6. Выводы по главе 3

1. Для верификации и «настройки» параметров разработанной адаптивной методики выбрана представительная серия тестовых задач, имеющих аналитическое, экспериментальное и (или) альтернативное численное подтверждение.

2. На выполненной многопараметрической верификационной задаче (известный в «общемировой» исследовательской практике тест BARC с объемным обтеканием прямоугольной призмы) показано, что реализация альтернативных моделей турбулентности даже при самой подробной дискретизации приводит к значимому разбросу в определении пульсационной составляющей аэродинамического давления и пространственно-временных характеристик потока. Этот вывод, согласующийся с результатами численного и экспериментального моделирования ведущих зарубежных авторов, определил и выбор моделей и методов дальнейших исследования связанных задач аэрогидроупругости.

3. На связанной динамической верификационной задаче аэрогидроупругости (другой известный в мировой практике тест («бэнчмарк») – большие колебания гибкой упругой балки в спутном следе за жестким цилиндром) оптимизированы параметры дискретных моделей и методов расчета, обеспечившие близость полученных результатов к «эталонным» данным в значимом диапазоне характеристик потока.

4. На серии верификационных задач гидроупругости, имеющих теоретическое и экспериментальное эталонные решения, показано соответствие и обоснованы диапазоны применимости альтернативных численных подходов моделирования жидкости со свободной поверхностью при кинематических динамических воздействиях.

## ГЛАВА 4. АПРОБАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ АДАПТИВНОЙ МЕТОДИКИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СТРОИТЕЛЬНОЙ АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ

### 4.1. Постановка задач расчетных исследований

Апробация разработанной методики выполнена на реальной системе «тонкостенные днище, стенка переменного сечения, ребристая крышка, понтон – вязкая жидкость (тяжелая нефть)» при действии статических нагрузок (собственный вес, снеговая нагрузка и гидростатическое давление) и горизонтального сейсмического воздействия (заданного синтезированной 8-балльной акселерограммой для района площадки строительства резервуара (рис. 4.4-4.5)) с использованием альтернативных подходов, реализованных в разработанной адаптивной методике (*постановка Эйлера* – ПК ANSYS Mechanical, *смешанная постановка Лагранжа-Эйлера (ALE)* – ПК ABAQUS/Explicit).

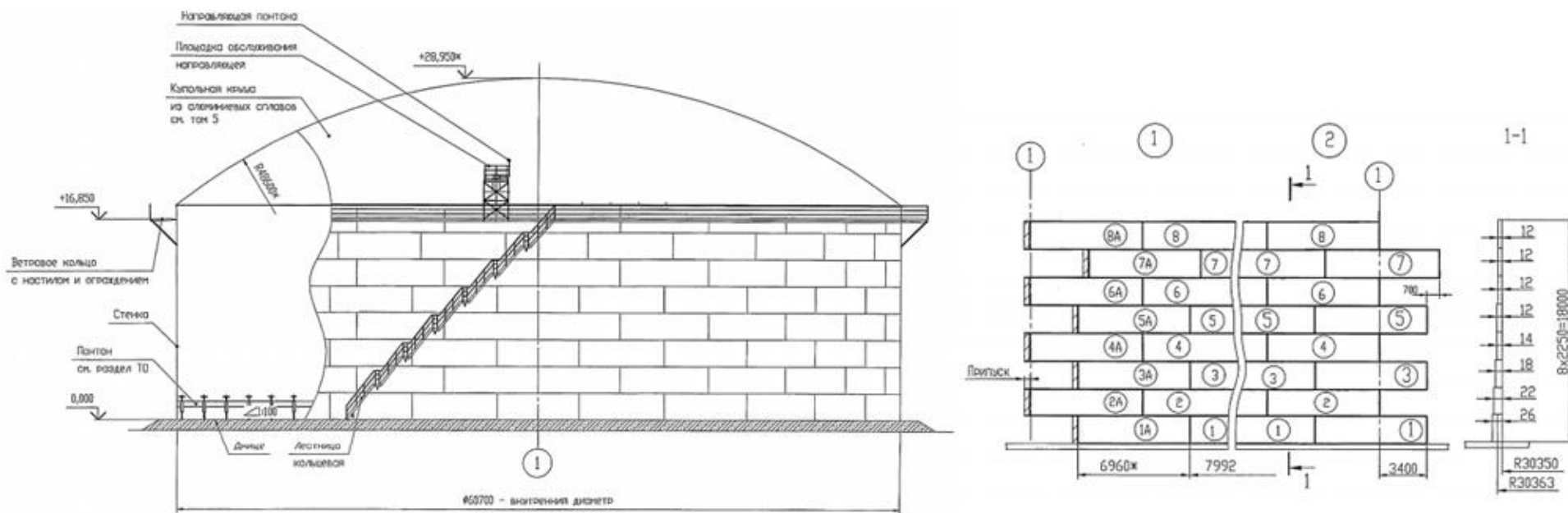
Объектом исследований выбран тонкостенный резервуар вертикальный стальной с купольной крышей и понтоном из алюминиевых сплавов строительным номиналом (емкостью) 50000 м<sup>3</sup> (РВСПА-50000) (рис. 4.1.).

Подробная геометрическая модель исследуемого объекта составлена на основе проектной документацией типового проекта РВСПА-50000. Некоторые основные геометрические параметры показаны в таблице 4.1 и рисунках 4.2.-4.3.

Основные физико-механические характеристики используемых материалов/среды указаны в таблице 4.2.



Рис. 4.1. Резервуар РВСПА-50000 с нефтью в сейсмически активном районе. Общий вид



Развертка стенки (вид снаружи)

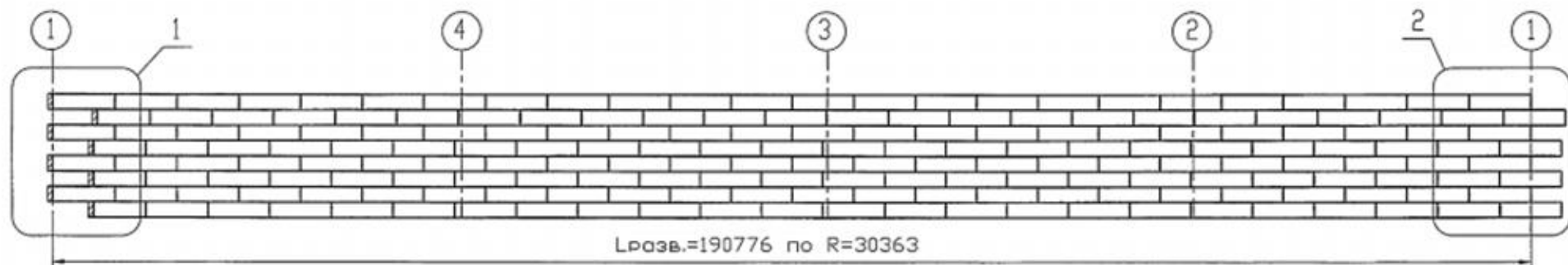


Рис. 4.2. РВСПА-5000. Общий вид. Развертка стенки (вид снаружи)

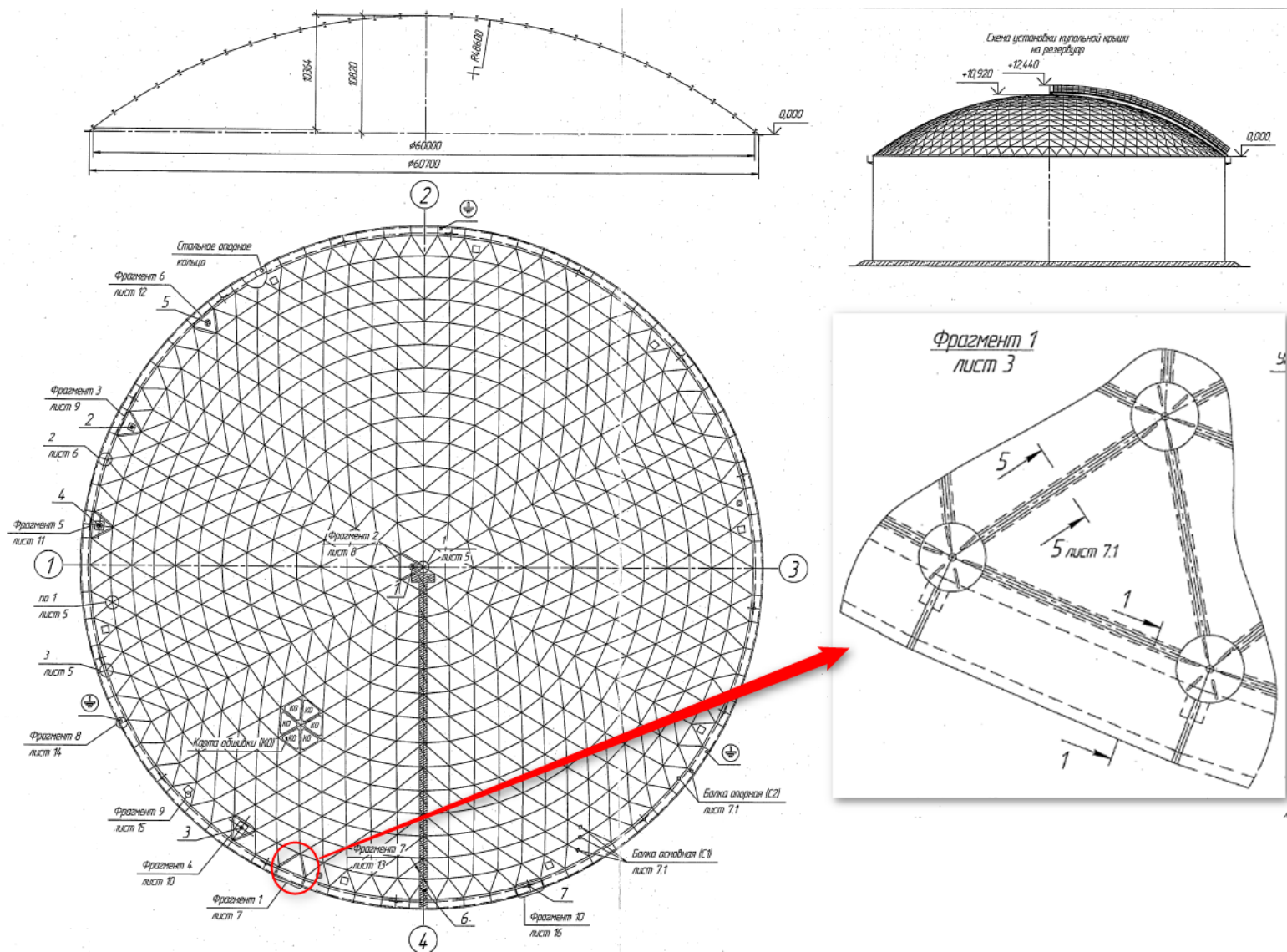


Рис. 4.3. РВСПА-5000. План купольной крыши на отметке 0,000

Таблица 4.1. Основные геометрические характеристики РВСПА-50000 с понтоном

Внутренний диаметр РВСПА-50000, м	60.7
Высота стенки, м	18.0
Толщина стенки по поясам, мм	
1 пояс	26
2 пояс	22
3 пояс	18
4 пояс	14
5-8 пояс	12
Толщина крышки (накладок из алюм. сплава), мм	1.2
Диаметр понтона, м	60.3
Толщина понтона, мм	48

Таблица 4.2. Физико-механические характеристики материалов/среды

<i>Сталь</i>	
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup> :	7850
Модуль упругости $E$ , Па:	$2.1 \cdot 10^{11}$
Коэффициент Пуассона $\nu$ :	0.3
<i>Алюминий (крышка РВСПА-50000)</i>	
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup> :	2700
Модуль упругости $E$ , Па:	$0.71 \cdot 10^{11}$
Коэффициент Пуассона $\nu$ :	0.34
<i>Нефть</i>	
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup> :	950
Динамическая вязкость $\eta$ , Па·с:	0.11
Скорость объёмной волны $c_0$ , м/с:	1290

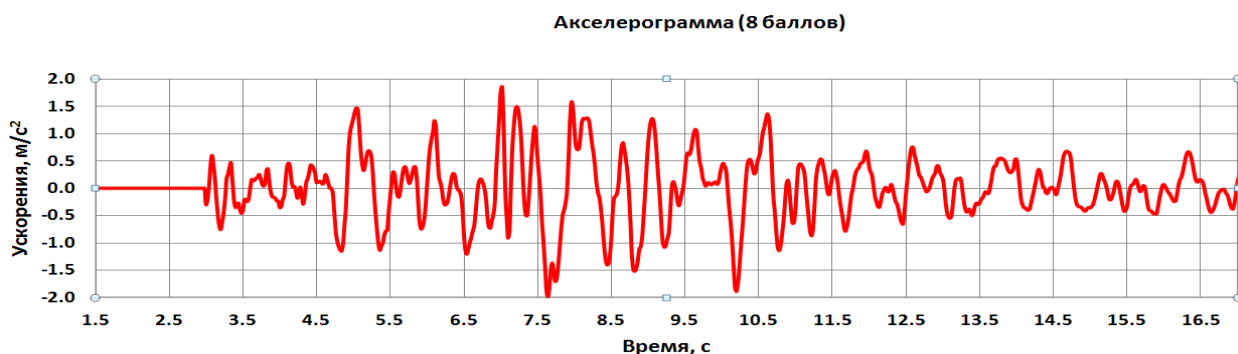


Рис. 4.4. Заданное сейсмическое воздействие (акселерограмма, 8 баллов)

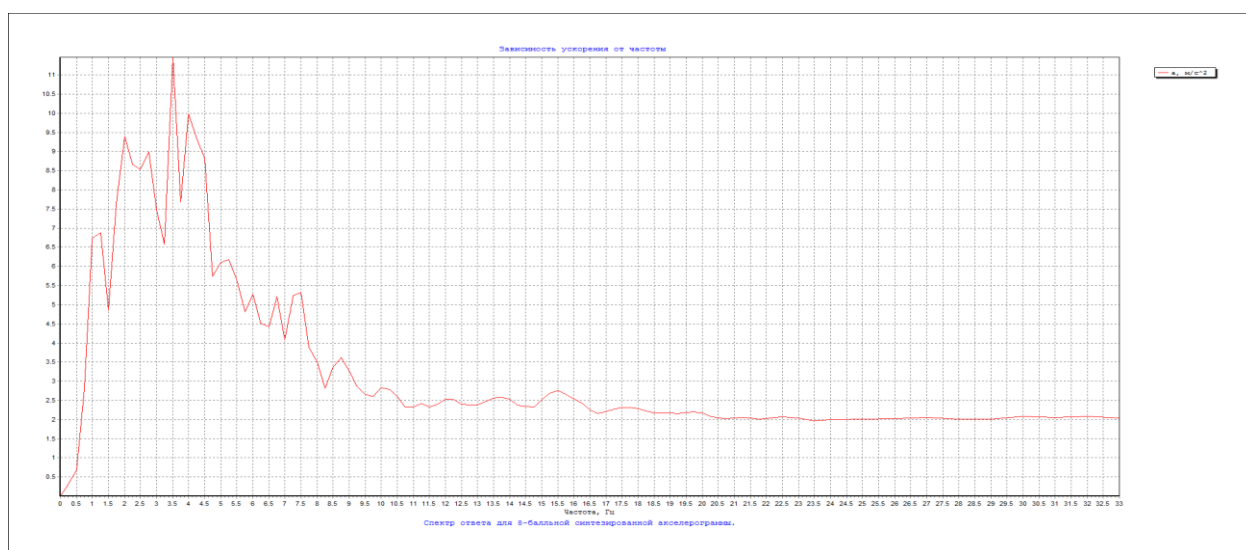


Рис. 4.5. Спектр ответа для заданной акселерограммы (8 баллов)

## 4.2. Описание расчетных моделей резервуара РВСПА-500000

### 4.2.1. КЭ-модели системы «тонкостенные днище, стенка, ребристая крышка с понтоном – вязкая жидкость»

#### Постановка Лагранжа (ANSYS Mechanical)

Разработаны детальные КЭ-модели системы «тонкостенные днище, стенка переменного сечения, ребристая крышка, понтон – вязкая жидкость (тяжелая нефть)» (рис. 4.6, 4.8) создавались в препроцессоре программного комплекса ANSYS Mechanical с использованием разработанного параметризованного макроса, написанного на внутреннем языке программирования APDL (RVSPA50000.mac).

Для моделирования жидкости использовались объемные восьмиузловые конечные элементы FLUID80 (модификация элемента SOLID45, с нулевой сдвиговой жесткостью), который имеет по три степени свободы в каждом узле (перемещения UX, UY, UZ).

Металлические конструкции резервуара и понтон моделировались пространственно-оболочечными конечными элементами SHELL181. При моделировании купола резервуара РВСПА-50000 применялись конечные элементы BEAM188 – пространственные линейные элементы балки, имеющие 3 узла: 2 «содержательных» узла, располагающихся на оси элемента (по краям), третий, являющийся узлом ориентации, который может быть общим для нескольких элементов.

В зонах оболочечного краевого эффекта (стыки «днище-стенка», «стенка-крышка») размер КЭ по высоте  $h_e$  выбирался из условия адекватного определения моментных составляющих:

$$h_e \leq 0.2 \sqrt{R \cdot th} \quad (4.1)$$

где  $R$  – радиус [м] РВСПА-50000,  $th$  – толщина стенки [м].

Характерный размер КЭ для стенок резервуара составляет 0.5 м, для крышки – 0.6 м, для жидкости – 1.1 м. Общая вычислительная размерность КЭ-модели – 91 500 узлов, 329 000 степеней свободы, 114 000 КЭ.

На общих поверхностях жидкости и оболочки накладывалось условия совместности перемещений по степеням свободы по нормали к поверхностям.

Понтон моделировался однородной круговой алюминиевой пластиной (кольцевой зазор со стенкой 15 см) с приведенной плотностью 216 кг/м<sup>3</sup>.

Контакт края понтона со стенкой принимался в двух вариантах:

- 1) совместное радиальное деформирование – ПК ANSYS Mechanical;
- 2) через двусторонние упругие радиальные связи (пружины жесткостью, эквивалентной реальной сильфонной – 250 Н/м), всего 154 элемента COMBIN14 с равным шагом по окружности – в постановке Лагранжа в ПК ANSYS Mechanical;



По основанию резервуара принималась модель Винклера с коэффициентом постели  $5\ 000\ \text{кН/м}^3$  для статических расчетов, и  $50\ 000\ \text{кН/м}^3$  – для динамических.

#### ПК ABAQUS (постановка ALE)

Жидкость разбивались на 8-узловые шестигранные конечные элементы сплошной среды с редуцированной схемой интегрирования и комбинированным вязкостно-жесткостным контролем деформаций формы с нулевой энергией (C3D8R), конструкция резервуара – на 3-узловые треугольные и 4-узловые прямоугольные конечные элементы сплошной среды с линейной функцией формы, редуцированной схемой интегрирования и контролем деформаций формы с нулевой энергией (S3R/S4R).

Для моделирования жидкости использовалась адаптивная КЭ-сетка (Arbitrary Lagrangian-Eulerian, ALE) с 3 итерациями на каждом шаге расчёта. Перестроение сетки осуществлялось с помощью объёмного сглаживания (volumetric smoothing) на основе деформированного состояния объёма жидкости на текущем шаге расчёта. Алгоритм перестроения имел второй порядок точности (second-order advection). Выполнение закона сохранения импульса при перестроении сетки обеспечивалось с помощью метода проекций центров элементов (element center projection method).

При моделировании понтона применялся односторонний контакт (при выборе зазора 15 см).

Вычислительная размерность КЭ-модели РВСПА-50000 – 28704 КЭ C3D8R для жидкости, 19724 КЭ S3R/S4R для конструкции резервуара.

#### ***4.2.2. Параметры расчетов***

##### Постановка Лагранжа (ANSYS Mechanical)

Решение СЛАУ выполнялось прямым разреженным методом (SPARSE).

Для вычисления собственных частот и форм колебаний гидроупругой системы использовался редуцированный метод.

Для решения задачи в динамической постановке применялся неявный метод Ньюмарка ( $\alpha = 0,2525$  и  $\delta = 0,505$ ). Шаг интегрирования для сейсмического расчета (при рассматриваемом диапазоне частот сейсмического воздействия от 0 Гц до 33 Гц) принимался равным  $\Delta t = 0,005$  с.

Расчеты проводились без учета и с учетом (2% от критического) общесистемного демпфирования для металлических конструкций резервуара.

### Постановка ALE (ПК ABAQUS)

Статический расчёт на восприятие конструкцией резервуара собственного веса и гидростатического давления жидкости проводился в Abaqus/Standard в геометрически нелинейной постановке. Для решения системы уравнений применялся прямой решатель с использованием метода Ньютона-Рафсона и линейным приращением нагрузки на каждом шаге расчёта. Преобразование матрицы коэффициентов выполнялось с помощью метода исключения Гаусса для систем с разреженными матрицами.

Расчёт на сейсмическое воздействие проводился в Abaqus/Explicit с квазистатическим приложением длительных нагрузок в начале расчёта до приложения динамической нагрузки по явной схеме интегрирования по времени в геометрически нелинейной постановке. Рассматривались временные интервалы, соответствующие времени действия землетрясения с учётом квазистатического приложения длительных нагрузок в начале расчёта. Шаг по времени при расчёте выбирался автоматически без ограничений на минимальное значение. Параметр схемной линейной вязкости принимался равным 0.06, а квадратичной вязкости – 1.2.

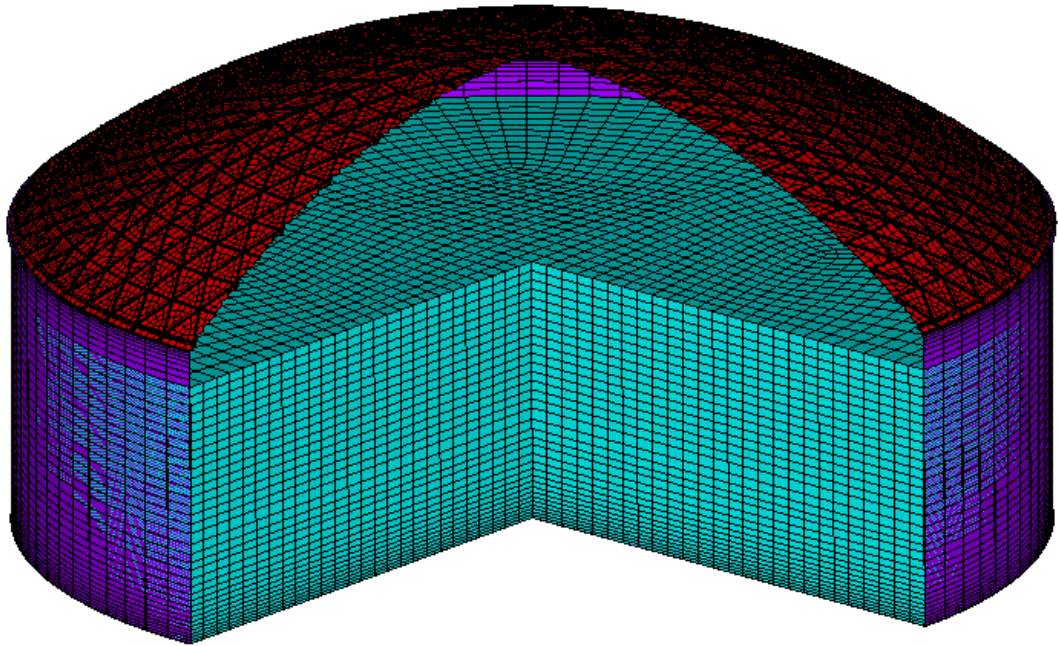


Рис. 4.6. КЭ-модель резервуара РВСПА-50000 без понтона (изометрия с вырезом 1/4) при 100% разливе. Цветами показаны различные материалы.  
(в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

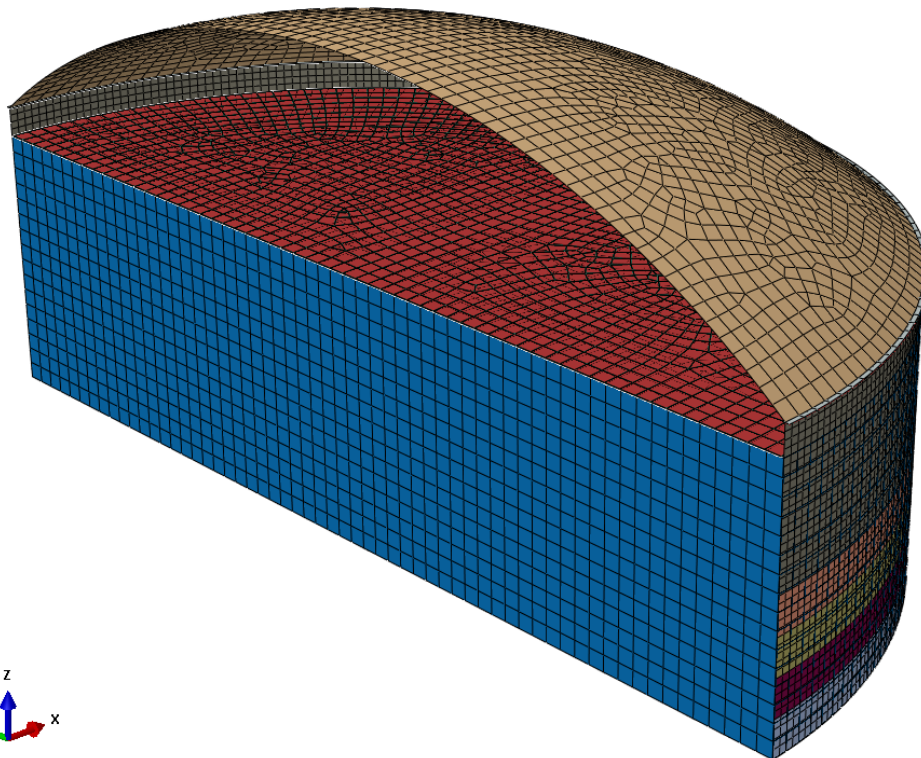


Рис. 4.7. КЭ-модель резервуара РВСПА-50000 с понтоном (изометрия с вырезом 1/2). Различными цветами обозначены толщины элементов (в т.ч. красным – понтон, синим – нефть). Для крышки подобрана эквивалентная жесткость по собственным частотам, прогибам и массе.  
(в постановке ALE ПК ABAQUS Explicit)

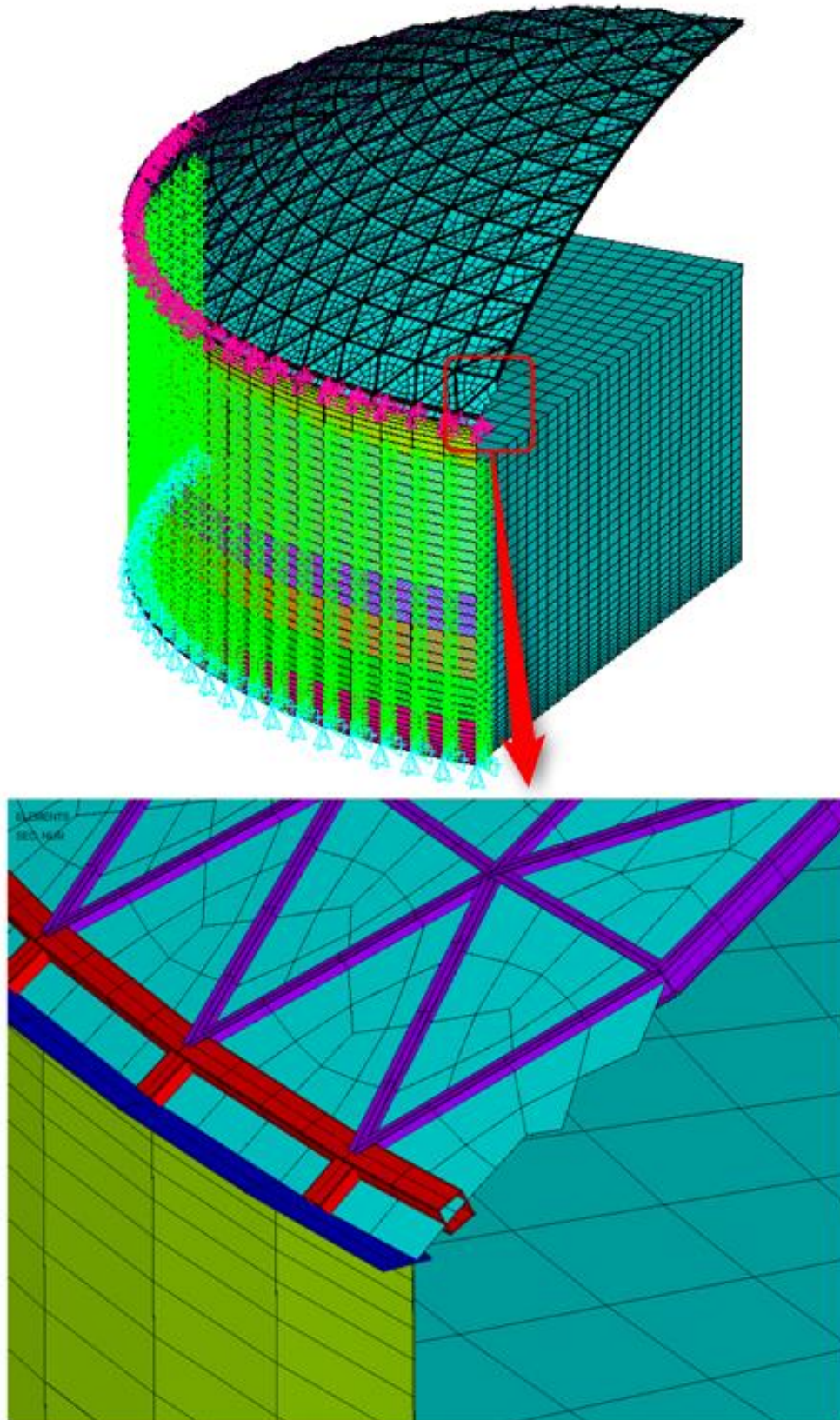


Рис. 4.8. Сверху – КЭ-модель 1/4 резервуара РВСПА-50000 с отображением граничных условий. Снизу – КЭ-модель резервуара РВСПА50000 вблизи соединения купольной крыши со стенкой. Различными цветами обозначены толщины элементов. (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

### 4.3. Результаты расчетных исследований резервуара РВСПА-50000

#### 4.3.1. Собственные частоты и формы резервуара – пустого и с жидкостью (нефтью)

Здесь представлены результаты численных расчетов собственных частот и форм колебаний пустого резервуара РВСПА–50000 (табл. 4.3. и рис. 4.9.) и заполненного нефтью (100% взлив) (табл. 4.4. и рис. 4.10.), полученных в ПК ANSYS Mechanical (постановке Лагранжа).

Таблица 4.3 Расчетные собственные частоты (Гц) пустого резервуара РВСПА-50000 (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

№	$f$ , Гц	№	$f$ , Гц
1	3.314	26	4.348
2	3.314	27	4.505
3	3.321	28	4.505
4	3.321	29	4.662
5	3.361	30	4.662
6	3.361	31	4.935
7	3.380	32	4.940
8	3.380	33	5.017
9	3.466	34	5.017
10	3.466	35	5.417
11	3.488	36	5.417
12	3.488	37	5.448
13	3.630	38	5.449
14	3.630	39	5.868
15	3.642	40	5.868
16	3.642	41	6.040
17	3.837	42	6.040
18	3.837	43	6.376
19	3.855	44	6.376
20	3.855	45	6.711
21	4.073	46	6.712
22	4.074	47	6.771
23	4.146	48	6.771
24	4.146	49	6.786
25	4.348	50	6.786

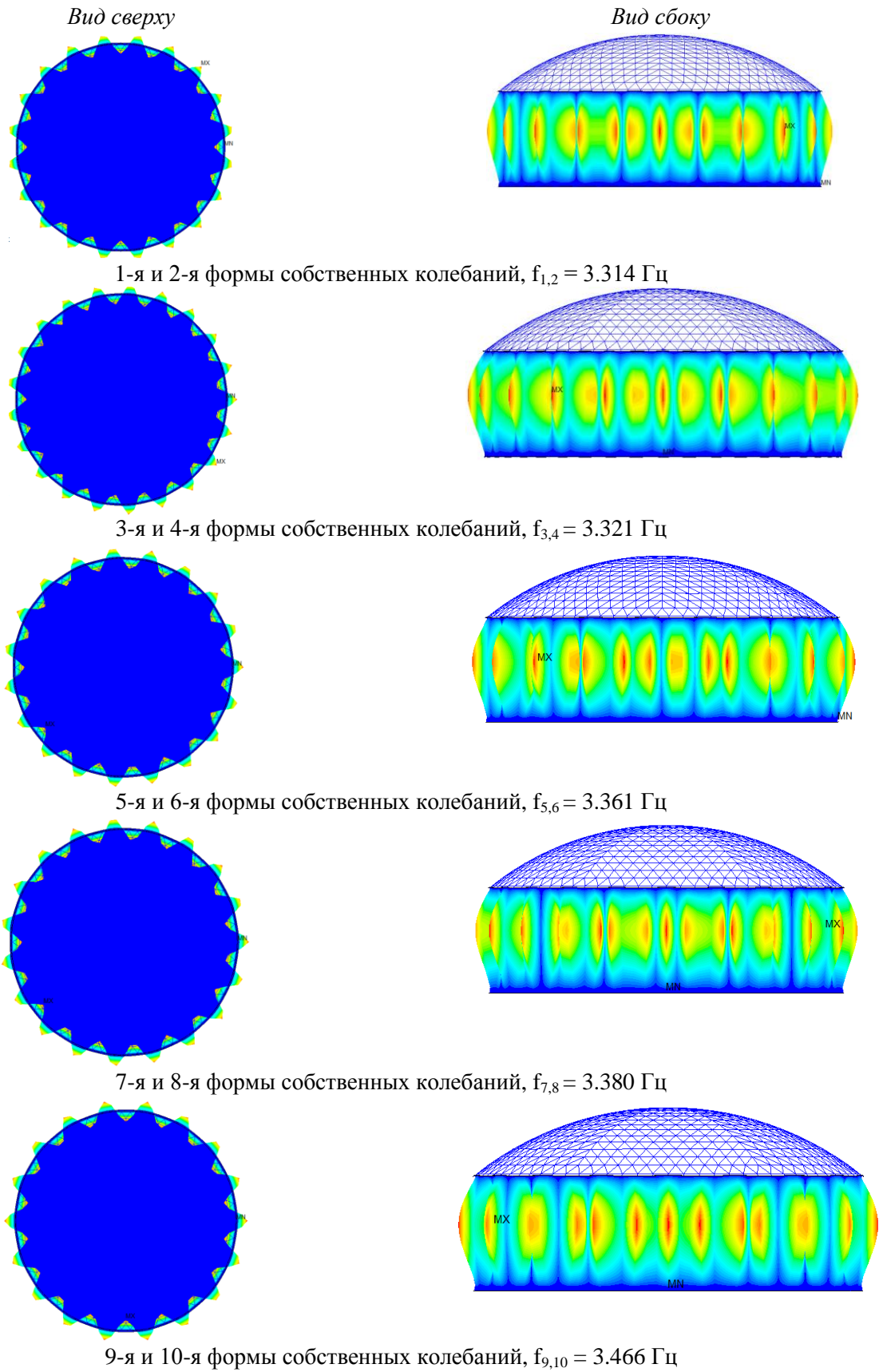


Рис. 4.9. Формы и частоты собственных колебаний пустого РВСПА-50000.  
(в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

Таблица 4.4. Расчетные собственные частоты (Гц) *заполненного нефтью*  
(100% *взлив*) РВСПА–50000 (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

№	$f$ , Гц	№	$f$ , Гц
1	0.097	26	0.262
2	0.097	27	0.267
3	0.142	28	0.268
4	0.142	29	0.276
5	0.171	30	0.276
6	0.171	31	0.277
7	0.171	32	0.278
8	0.193	33	0.281
9	0.195	34	0.284
10	0.205	35	0.284
11	0.205	36	0.290
12	0.213	37	0.290
13	0.213	38	0.296
14	0.228	39	0.296
15	0.229	40	0.299
16	0.231	41	0.300
17	0.231	42	0.301
18	0.235	43	0.301
19	0.246	44	0.303
20	0.246	45	0.303
21	0.250	46	0.311
22	0.250	47	0.313
23	0.258	48	0.315
24	0.258	49	0.315
25	0.262	50	0.316

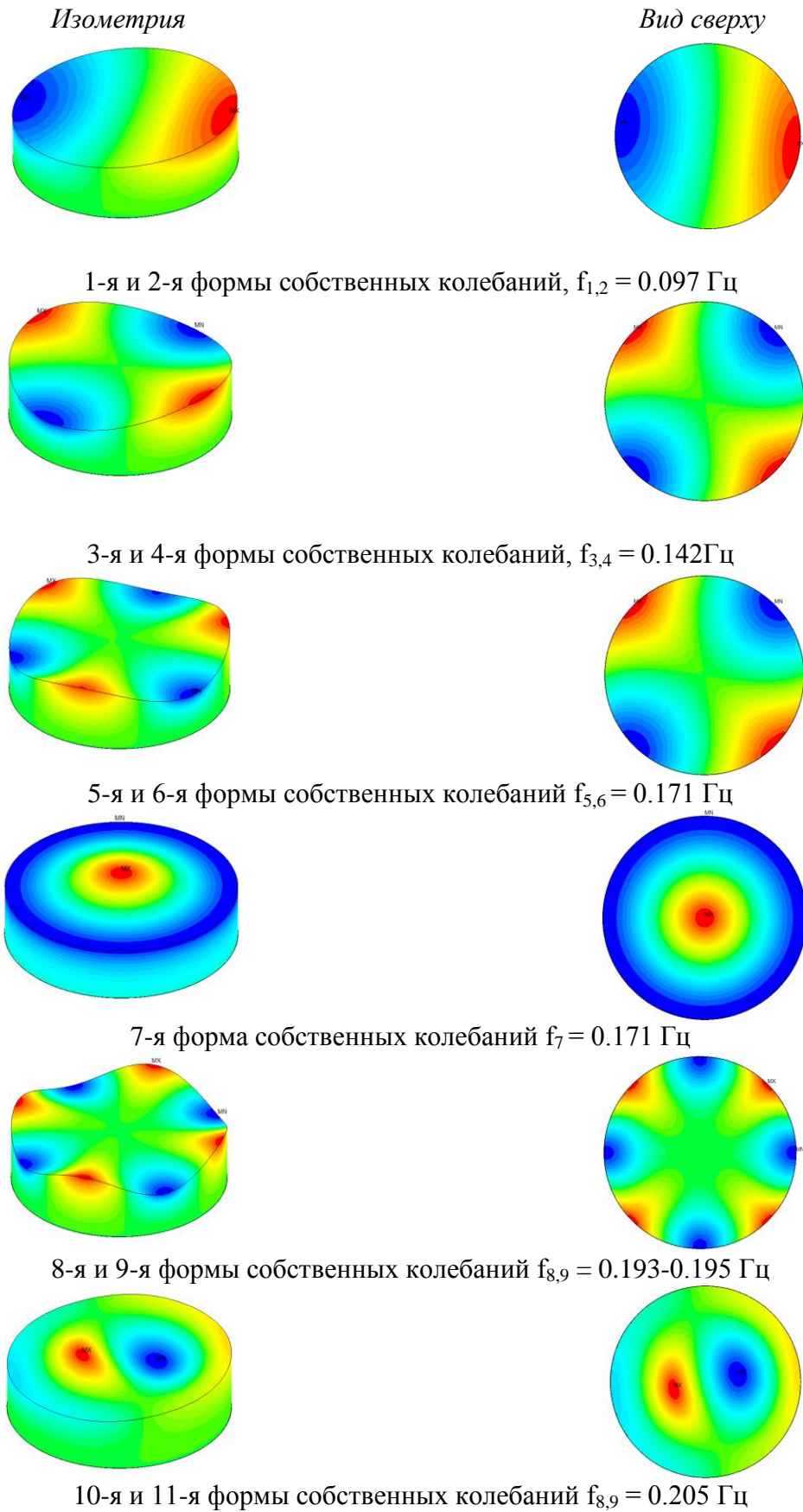


Рис. 4.10. Формы и частоты собственных колебаний *заполненного нефтью* (100% *взлив*) РВСПА-50000. (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)



### 4.3.2. Результаты расчета резервуара без понтона на гидростатическую нагрузку с учетом собственного веса и снега

В настоящем разделе представлены результаты статических расчетов резервуара РВСПА-50000 на гидростатическую нагрузку без учета и с учетом собственного веса и снега для двух вариантов заполнения резервуара нефтью (50% взлив и 100% взлив). На рисунках 4.11. – 4.14. представлены эпюры радиальных перемещений, окружных и вертикальных деформаций, окружных и вертикальных главных напряжений, напряжений по Мизесу по высоте с отображением деформированного состояния конструкции.

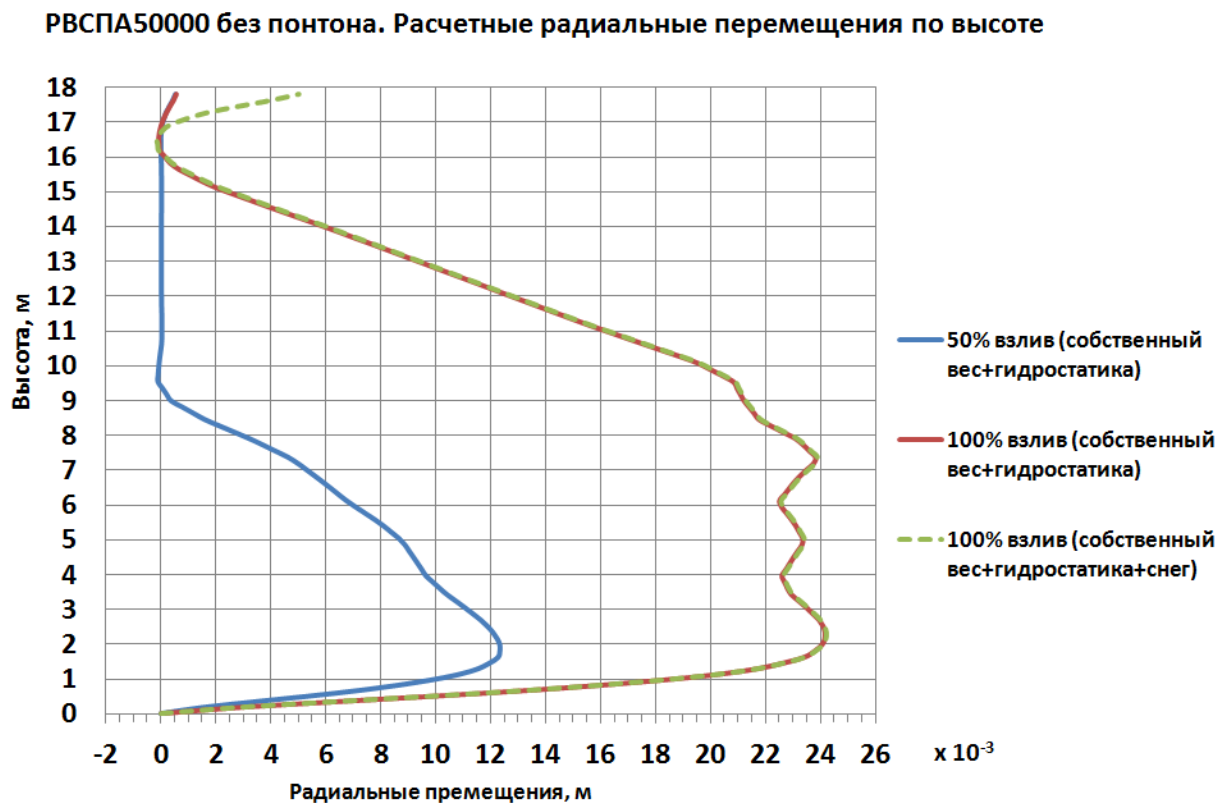


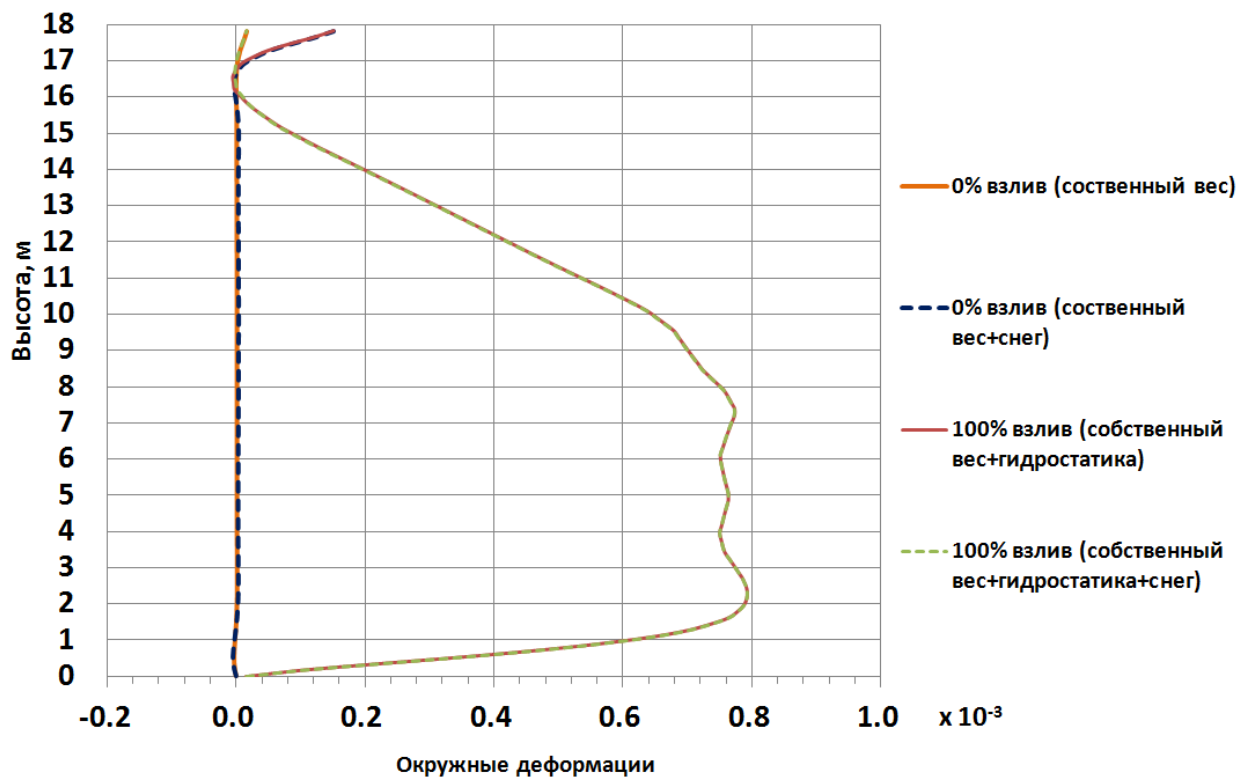
Рис. 4.11. РВСПА–50000 без понтона. Радиальные перемещения, м.

При 50% взливе  $UR_{\max} = 2.4$  см на высоте 2.34 м.

При 100% взливе  $UR_{\max} = 1.23$  см на высоте 1.8 м.

(в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

## РВСПА50000 без понтона. Расчетные окружные деформации по высоте



## РВСПА50000 без понтона. Расчетные вертикальные деформации по высоте

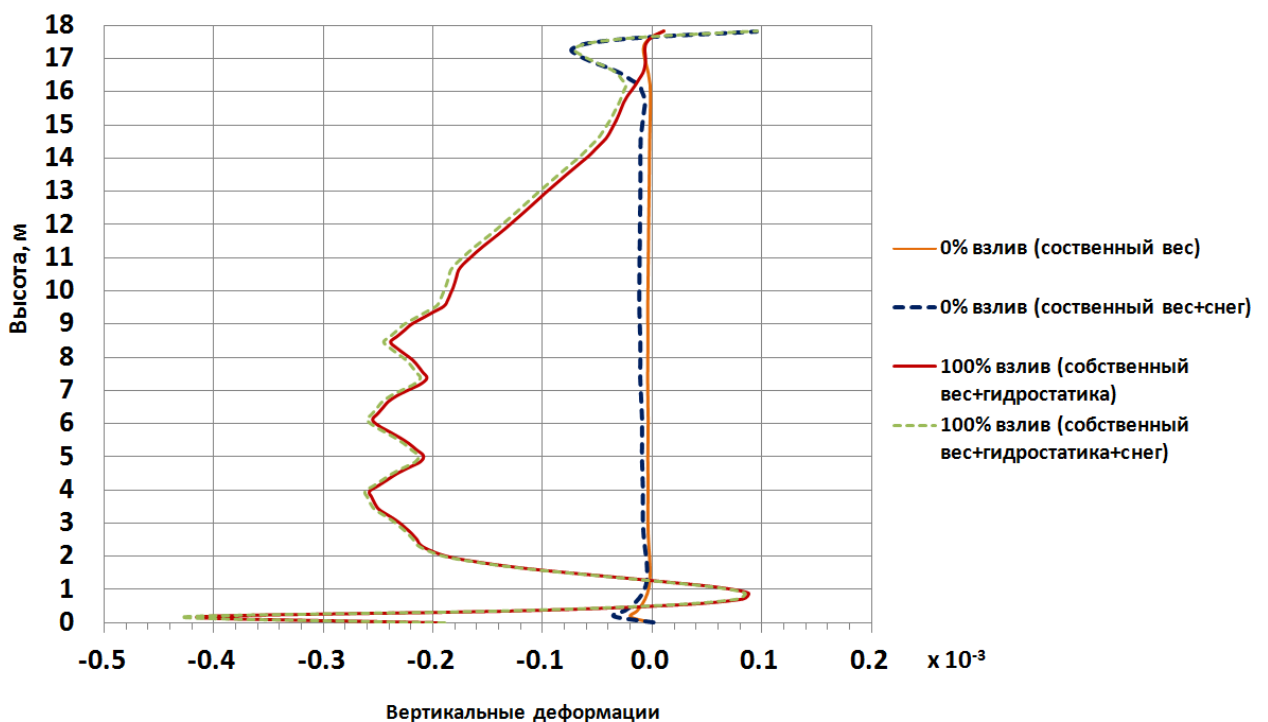
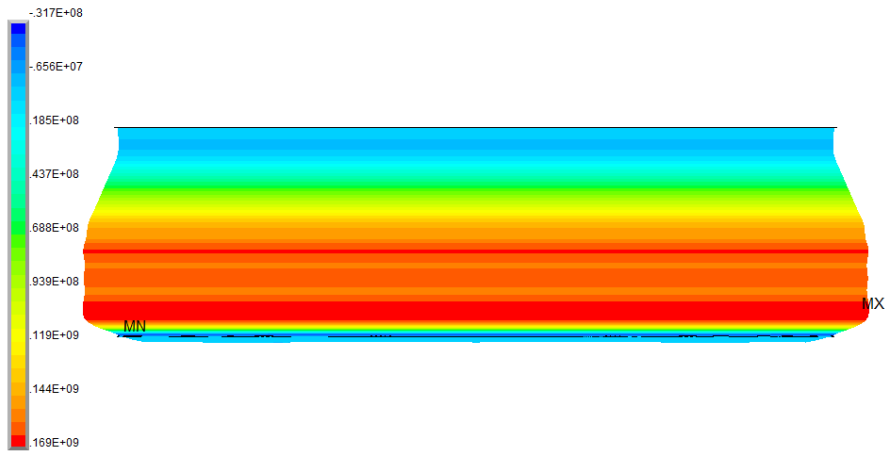
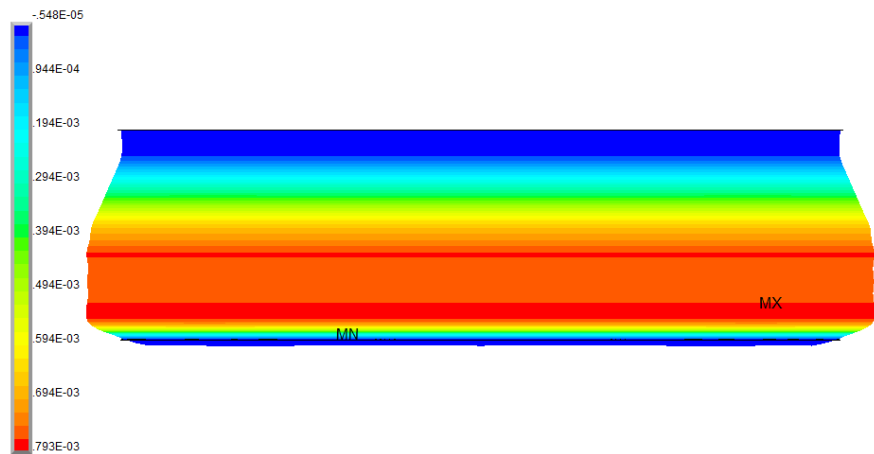


Рис. 4.12. РВСПА–50000 без понтона. Окружные (сверху) и вертикальные (снизу) деформации при различных сочетаниях нагрузок. (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)



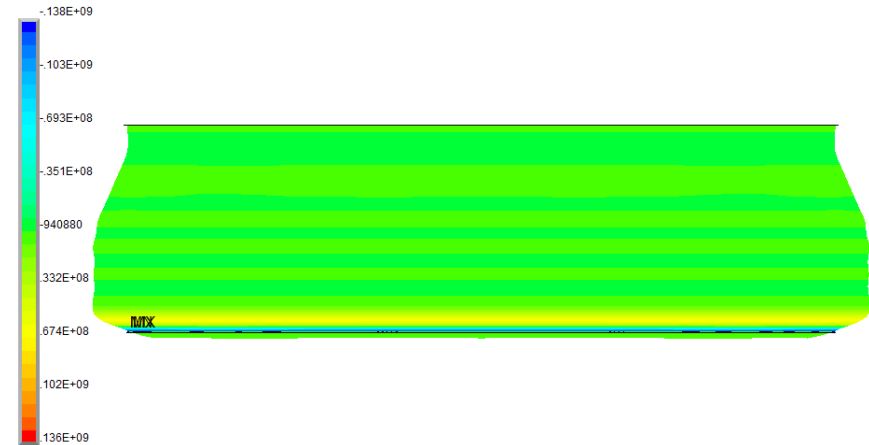
Окружные напряжения, Па.

$$\sigma_{1_{\max}} = 169 \text{ МПа (1-2 пояс)}, \sigma_{1_{\min}} = -32 \text{ МПа (1 пояс)}$$



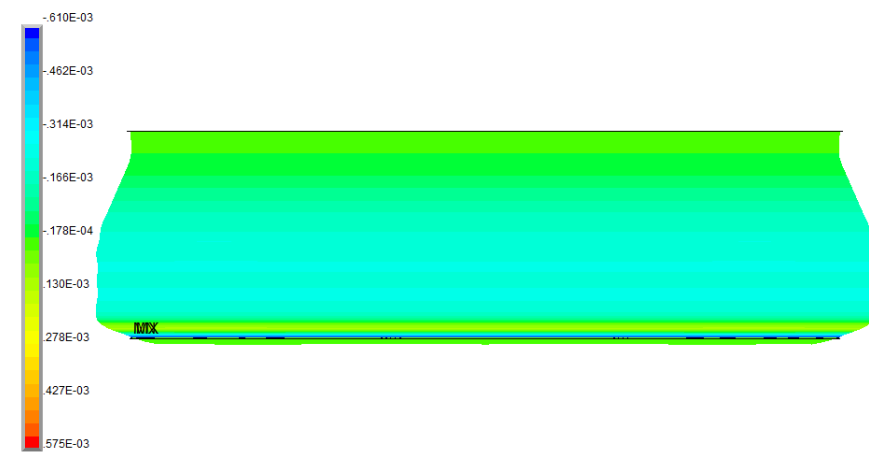
Окружные деформации.

$$\varepsilon_{1_{\max}} = 0.08\%, \varepsilon_{1_{\min}} = -0.0005\%$$



Вертикальные напряжения, Па.

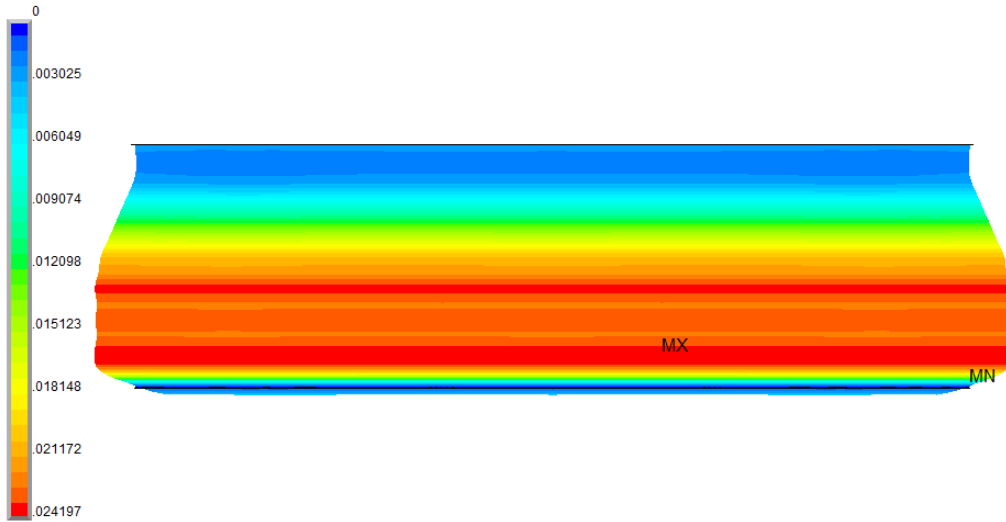
$$\sigma_{3_{\max}} = 136 \text{ МПа}, \sigma_{3_{\min}} = -138 \text{ МПа (1 пояс)}$$



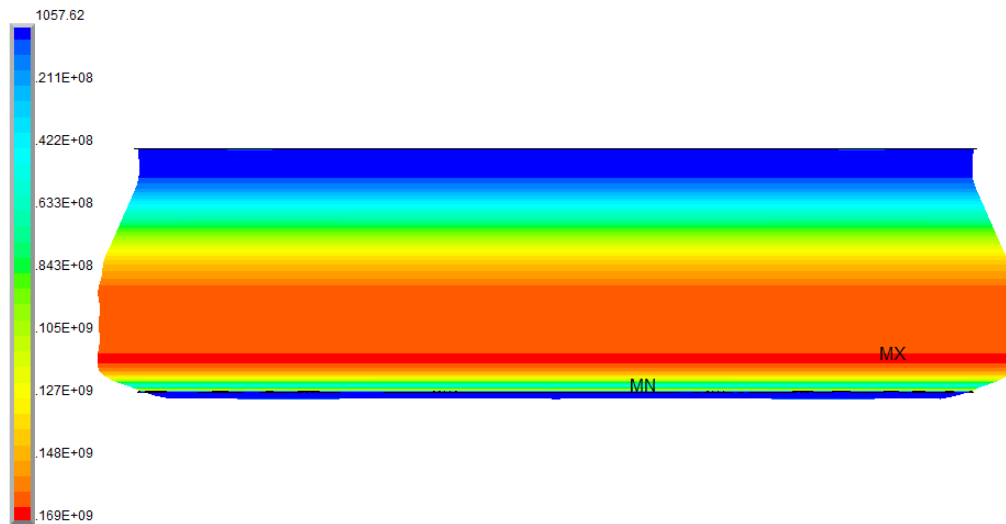
Вертикальные деформации.

$$\varepsilon_{3_{\max}} = 0.06\%, \varepsilon_{3_{\min}} = -0.06\%$$

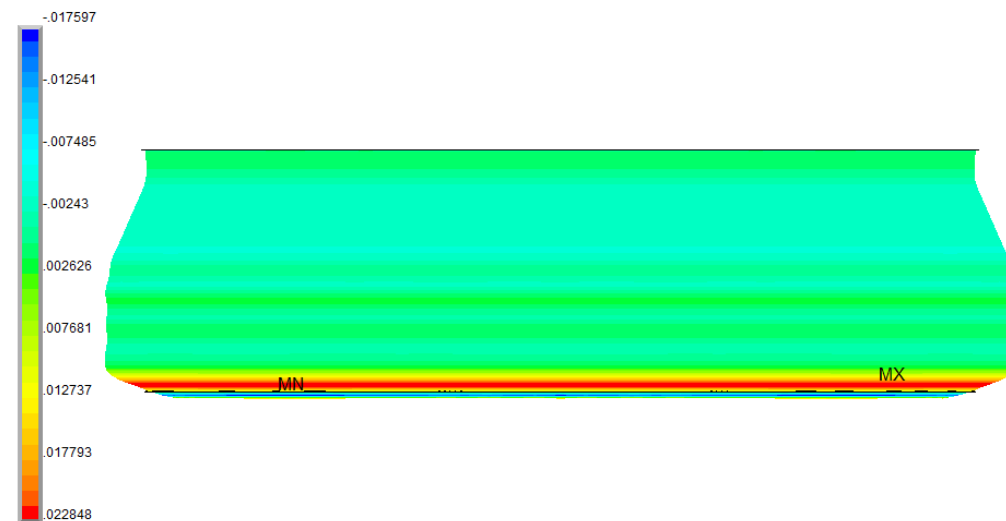
Рис. 4.13. РВСПА–50000 без понтона. 100% взлив. (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)



Суммарные перемещения, м.  $USUM_{max} = 2.4$  см.



Эквивалентные напряжения по Мизесу, Па.  $\sigma_{max} = 169$  МПа



Углы поворота, радианы.  $\varphi_{max} = 1.3^\circ$ ,  $\varphi_{min} = -1.0^\circ$  (1-ый пояс)

Рис. 4.14 РВСПА–50000 без понтона. 100% взлив.

(в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

**4.3.3. Результаты динамического расчета системы «тонкостенные днище, стенка, ребристая крышка без понтона – вязкая жидкость (тяжелая нефть)» с учетом 8-балльного сейсмического воздействия**

Ниже на рисунках 4.15. – 4.22. представлены основные результаты динамических расчетов РВСПА-50000 с нефтью без учета понтона в постановке Лагранжа (ПК ANSYS Mechanical) в сопоставлении с альтернативными расчетами в постановке ALE (ПК ABAQUS Explicit) для двух вариантов заполнения резервуара нефтью (50% взлив и 100% взлив) при 8-ми балльном сейсмическом воздействии с учетом гидростатики.

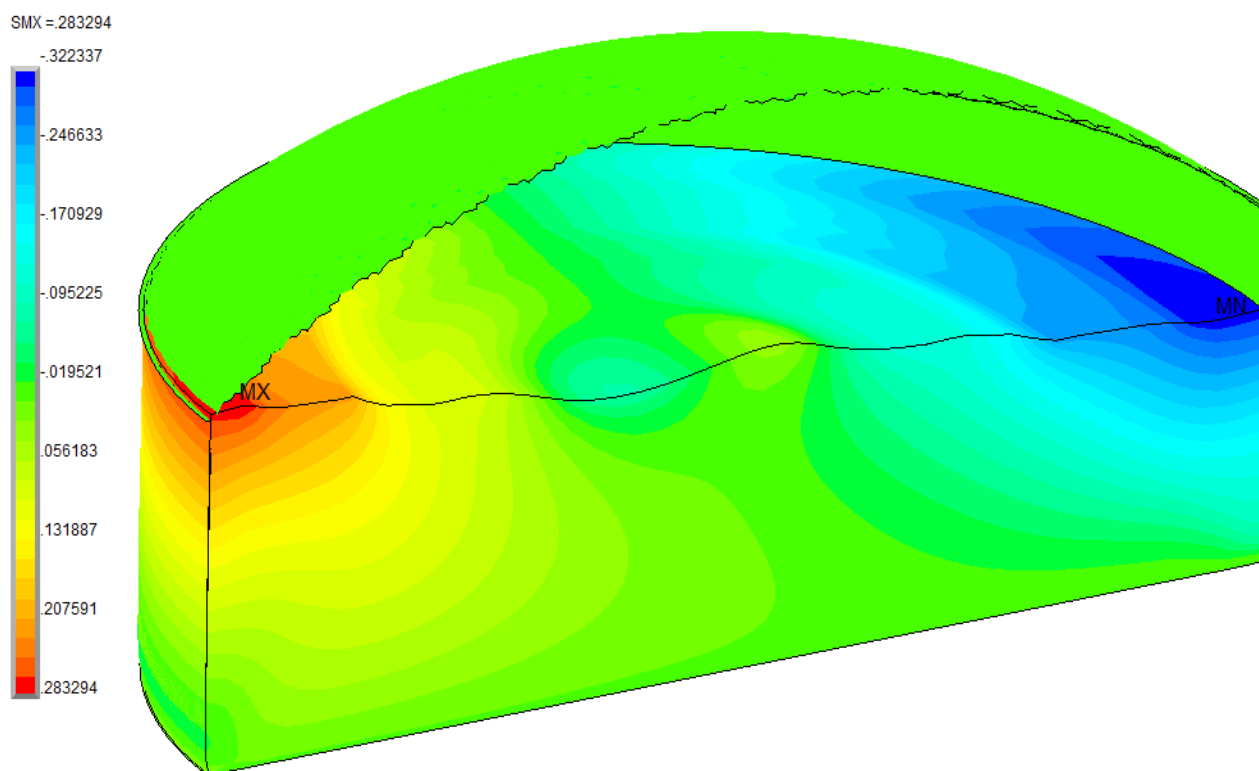


Рис. 4.15. РВСПА–50000 без понтона. 100% взлив. Высота волны вблизи стенки в момент времени  $t=15.49$  с.  $H_{w\_max}=28$  см.  
(в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

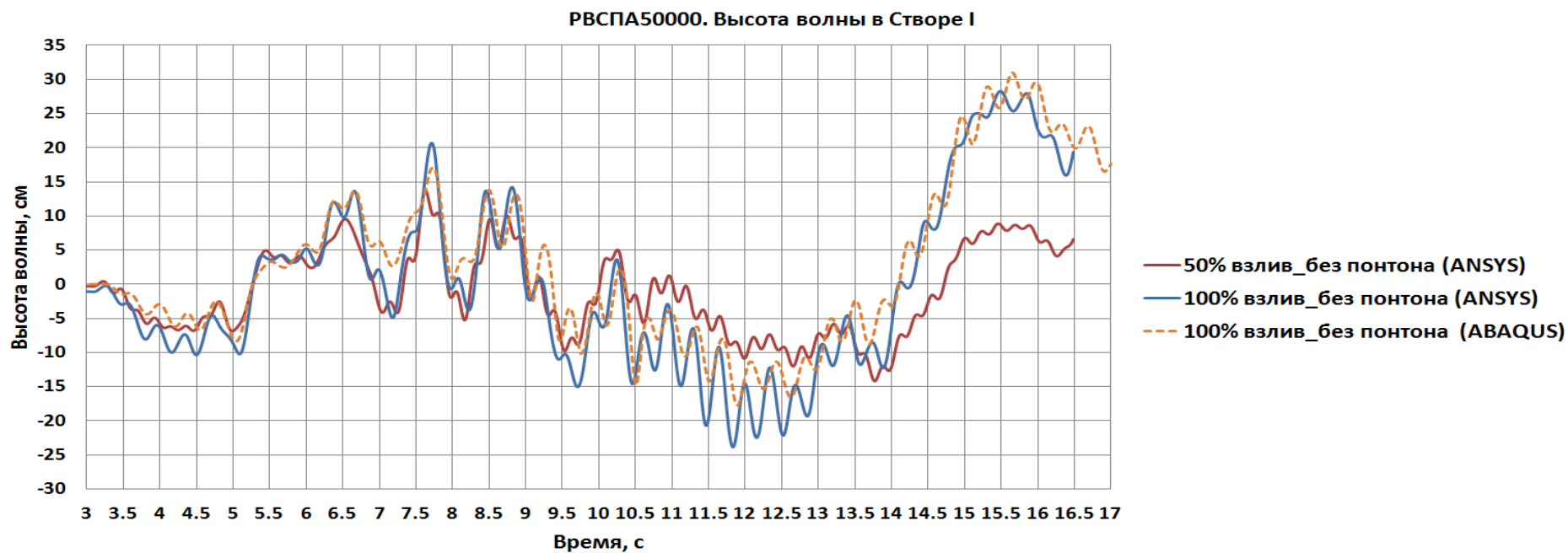


Рис. 4.16. РВСПА–50000 без понтона. 50% (в постановке Лагранжа ANSYS) и 100% (в постановке Лагранжа ПК ANSYS, в постановке ALE ПК ABAQUS) взлив.

Результаты гидроупругого динамического расчета при сейсмическом воздействии с учетом гидростатики. Высота волны [см] вблизи стенки резервуара во времени в плоскости действия сейсмического воздействия

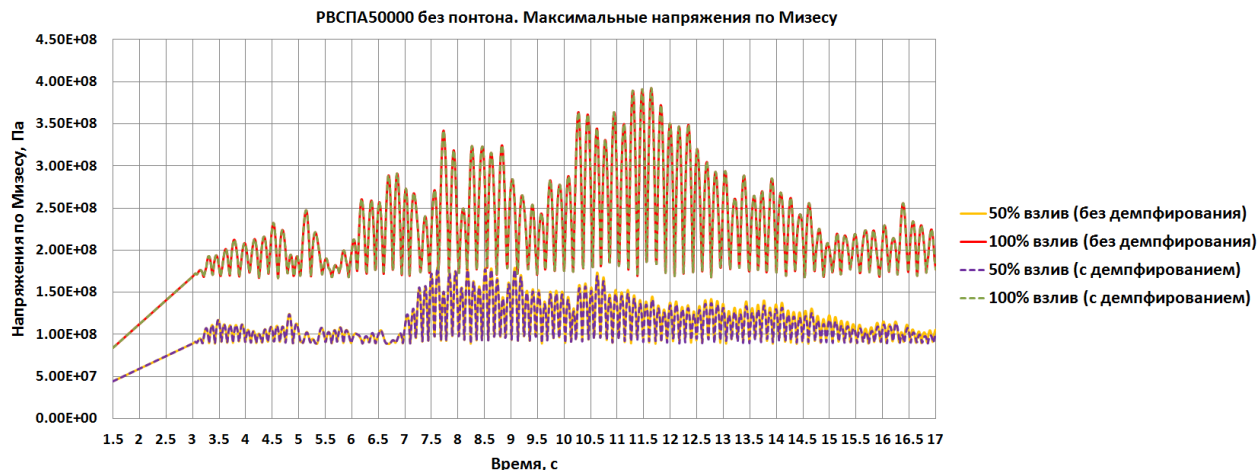


Рис. 4.17. РВСПА–50000 без понтона. 50% и 100% взлив. Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу (Па) во времени без учета и с учетом демпфирования металлических конструкций.

50% взлив: без демпфирования:  $\sigma_{\max} = 179$  МПа; с демпфированием:  $\sigma_{\max} = 177$  МПа  
 100% взлив: без демпфирования:  $\sigma_{\max} = 392$  МПа; с демпфированием:  $\sigma_{\max} = 381$  МПа  
 (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

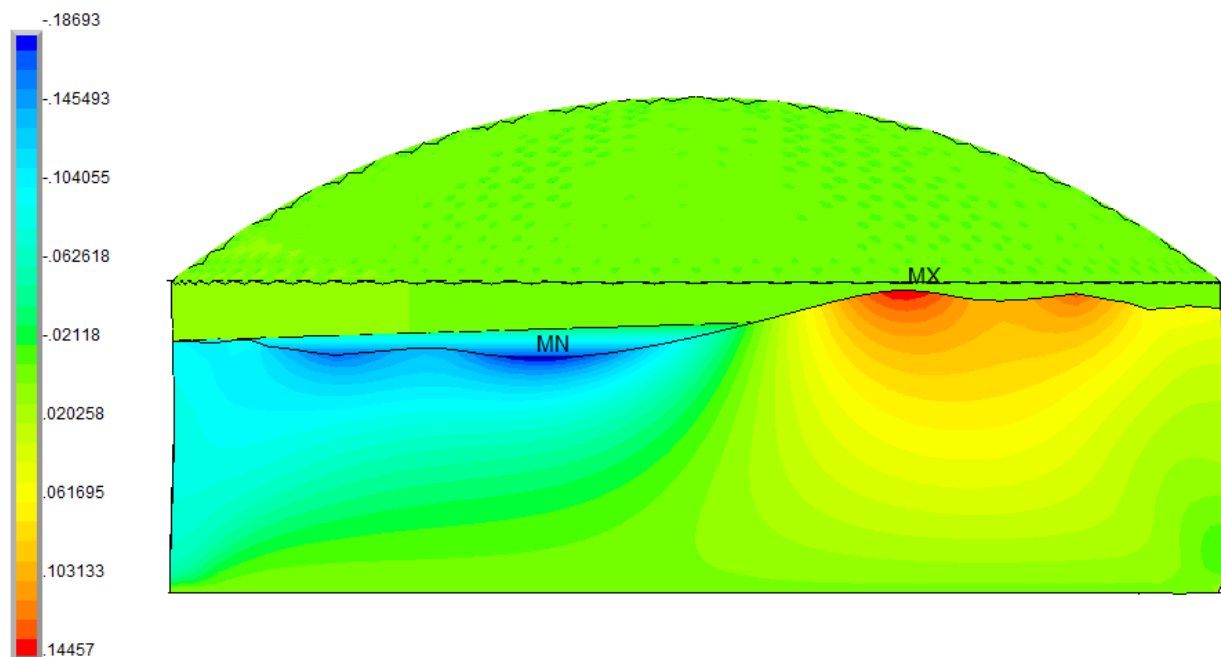


Рис. 4.18. РВСПА–50000 без понтона. 100% взлив. Форма и высота волны (м) в момент времени  $t=11.64$  с. Результаты динамического расчета при сейсмическом воздействии с учетом гидростатики.  
 (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

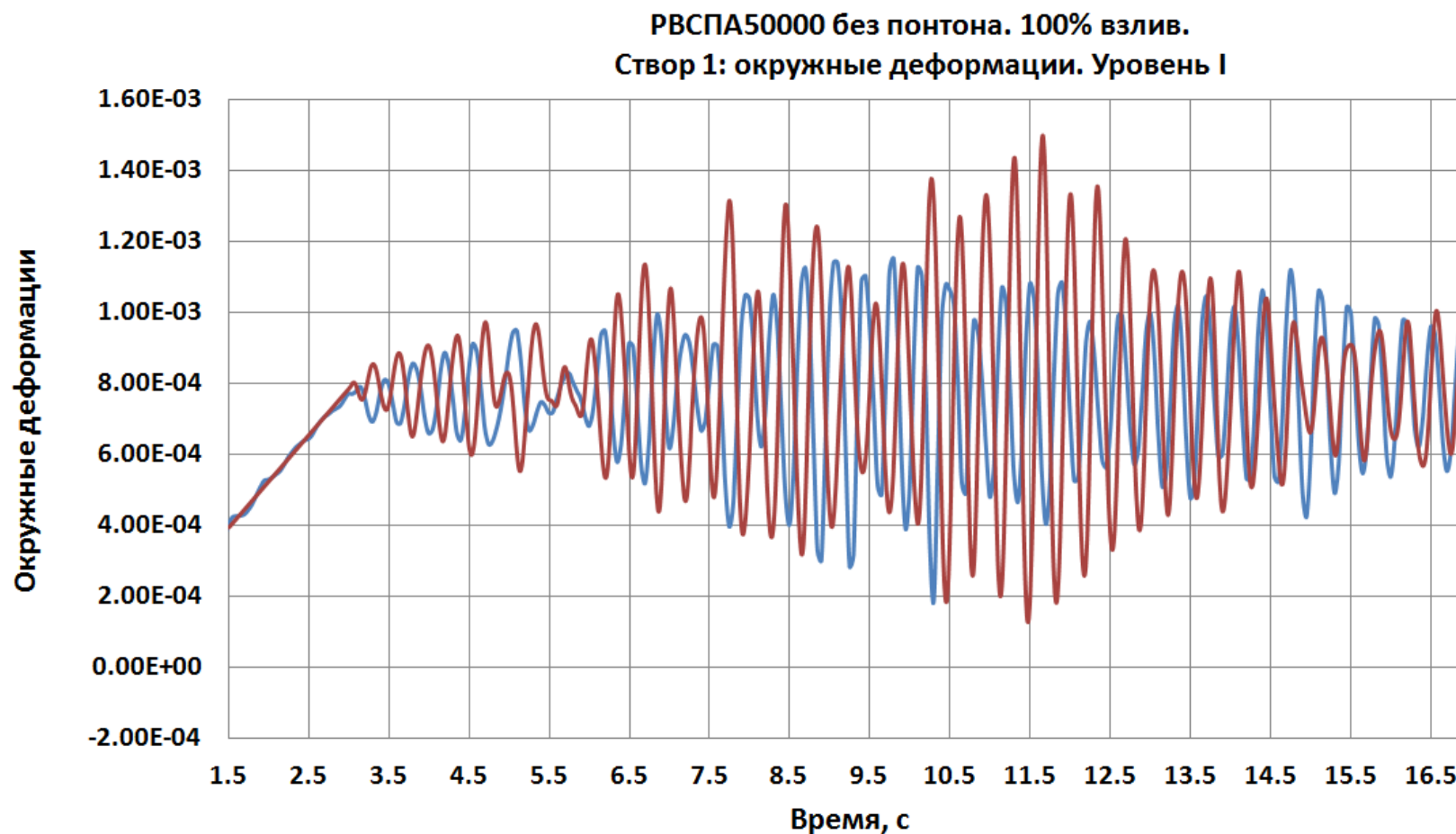


Рис. 4.19. РВСПА–50000 без понтона. 100% взлив. Результаты гидроупругого динамического расчета при сейсмическом воздействии с учетом гидростатики. Окружные деформации во времени для трех характерных высот (м)

в плоскости действия сейсмического воздействия.

Синяя линия – в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical ( $h=1.91$  м),

красная линия – в постановке ALE ПК ABAQUS Explicit ( $h=2.25$  м)



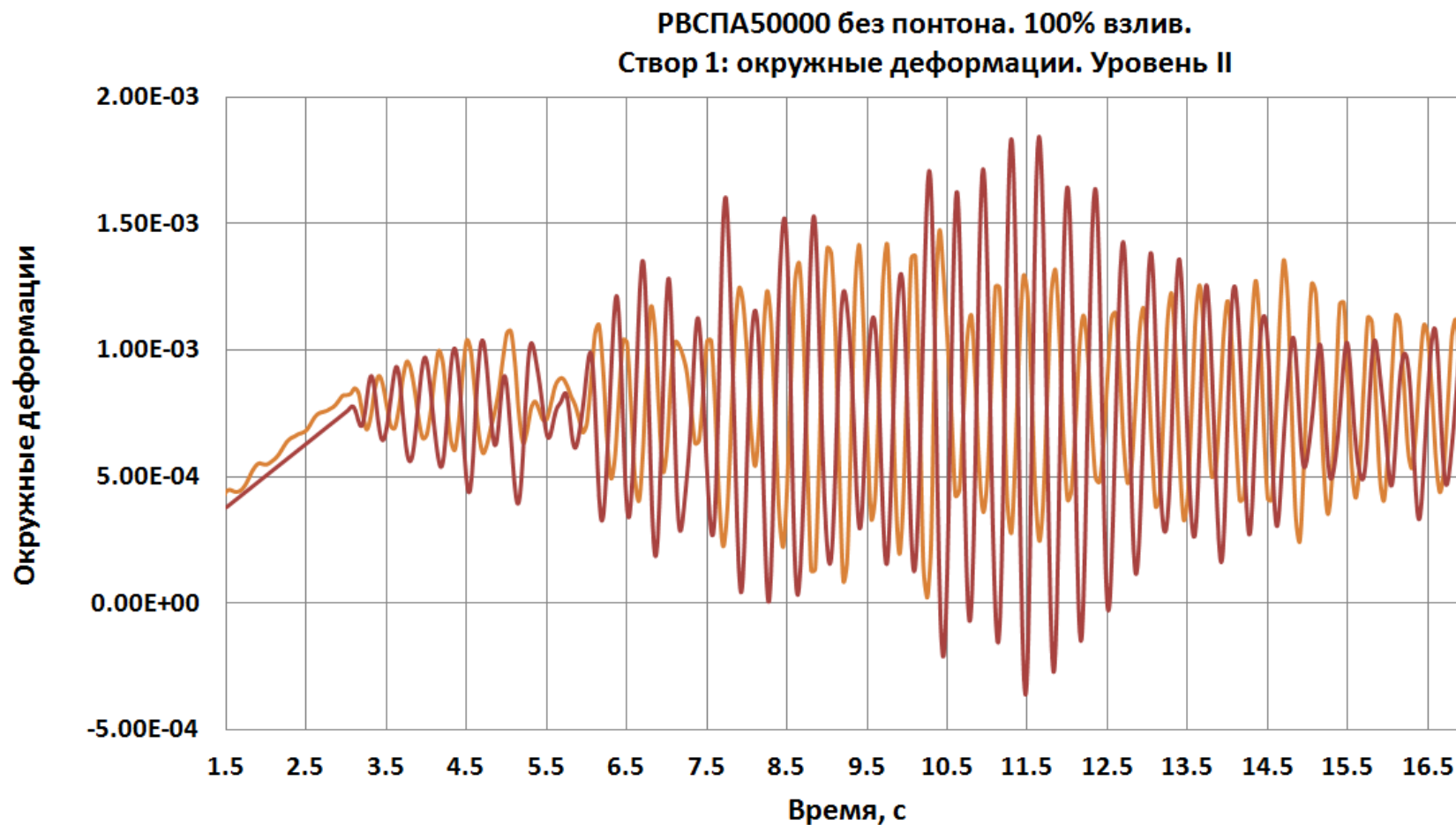
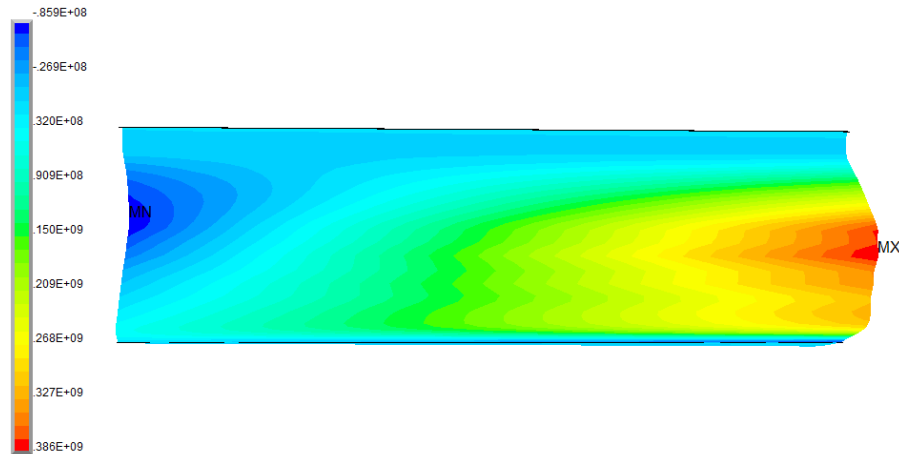


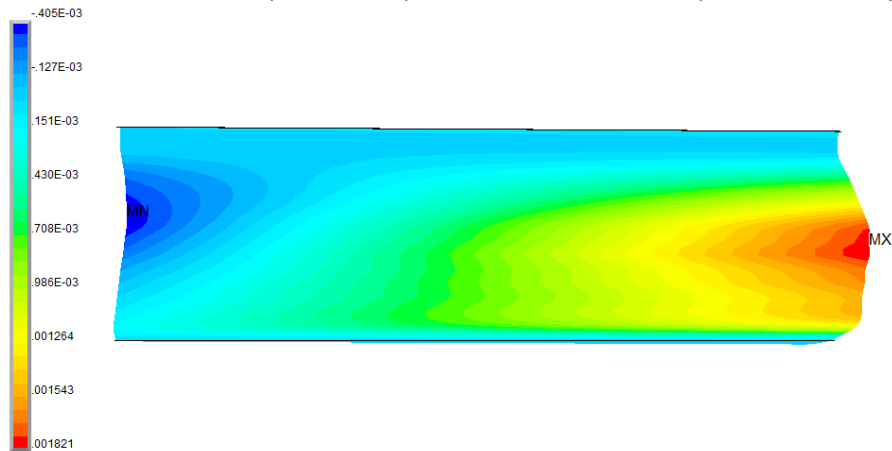
Рис. 4.20. РВСПА–50000 без понтона. 100% взлив. Результаты гидроупругого динамического расчета при сейсмическом воздействии с учетом гидростатики. Окружные деформации во времени для трех характерных высот (м) в плоскости действия сейсмического воздействия.

Синяя линия – в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical ( $h=7.88$  м),  
красная линия – в постановке ALE ПК ABAQUS Explicit ( $h=6.75$  м)



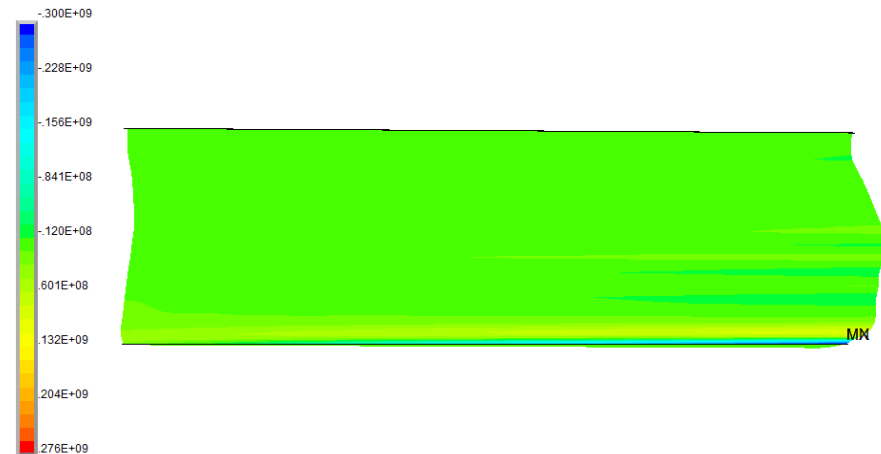
Окружные (главные) напряжения, Па.

$$\sigma_{1\max} = 387 \text{ МПа (4-5 пояс)}, \sigma_{1\min} = -86 \text{ МПа (5-6 ый пояс)}$$



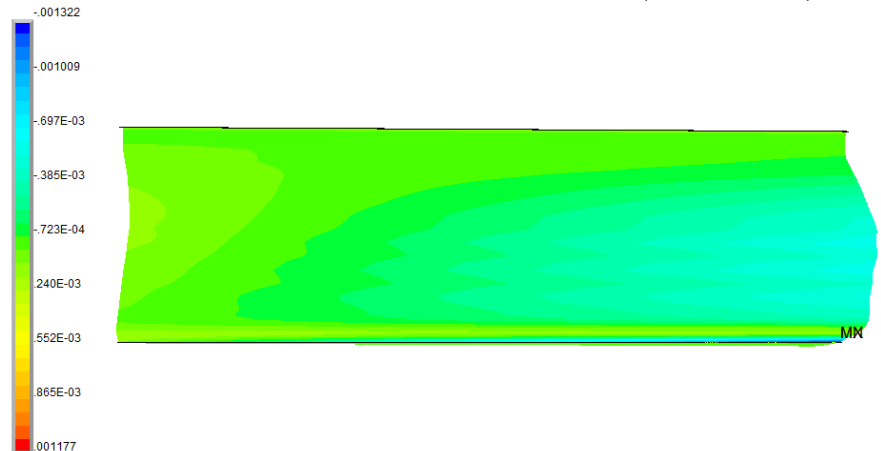
Окружные деформации.

$$\varepsilon_{1\max} = 0.18\% \text{ (4-5 пояс)}, \varepsilon_{1\min} = -0.04\% \text{ (5-6 пояс)}$$



Вертикальные (главные) напряжения, Па.

$$\sigma_{3\max} = 276 \text{ МПа}, \sigma_{3\min} = -300 \text{ МПа (1-ый пояс)}$$



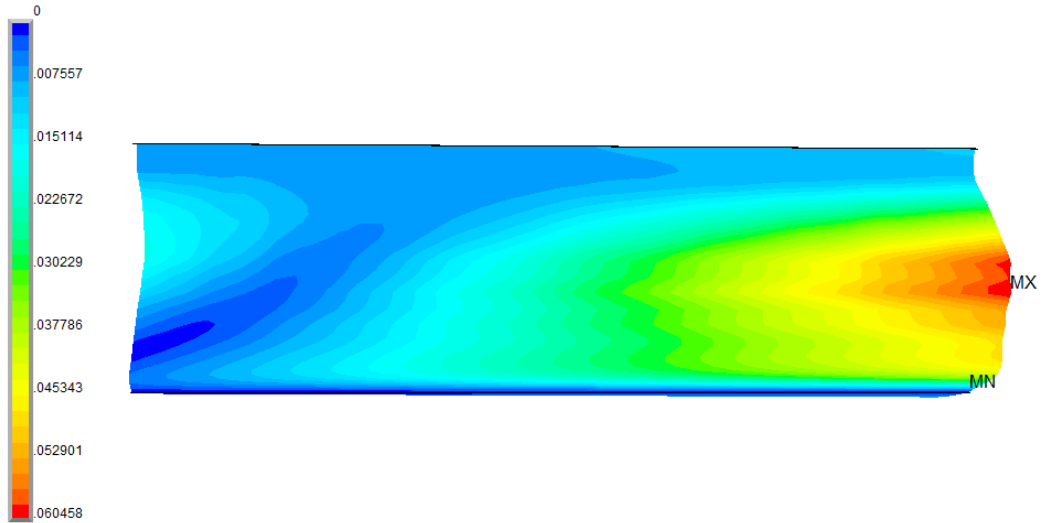
Вертикальные деформации.

$$\varepsilon_{3\max} = 0.12\%, \varepsilon_{3\min} = -0.13\% \text{ (1-й пояс)}$$

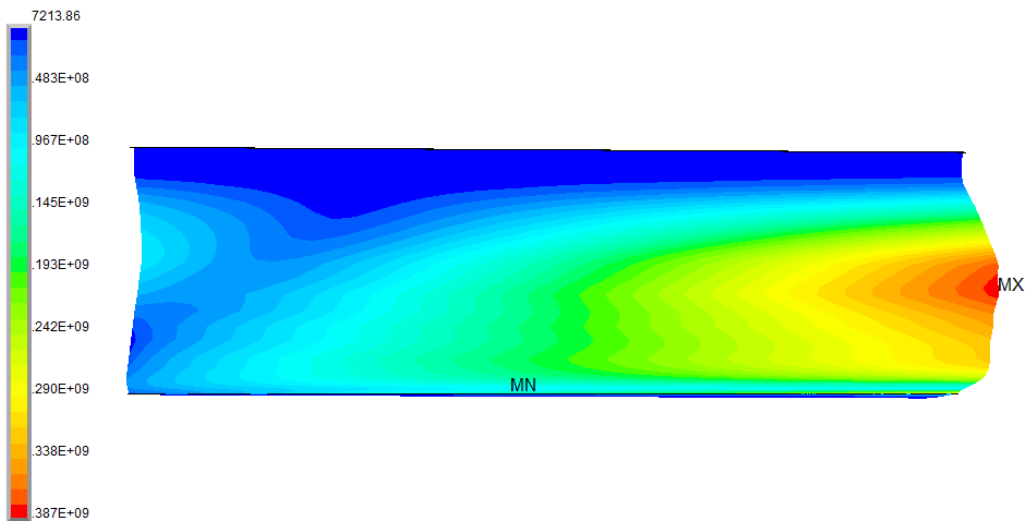
Рис. 4.21. РВСПА–50000 без понтона. 100% взлив. Момент времени  $t=11.64$  с

Результаты динамического расчета при сейсмическом воздействии с учетом гидростатики.

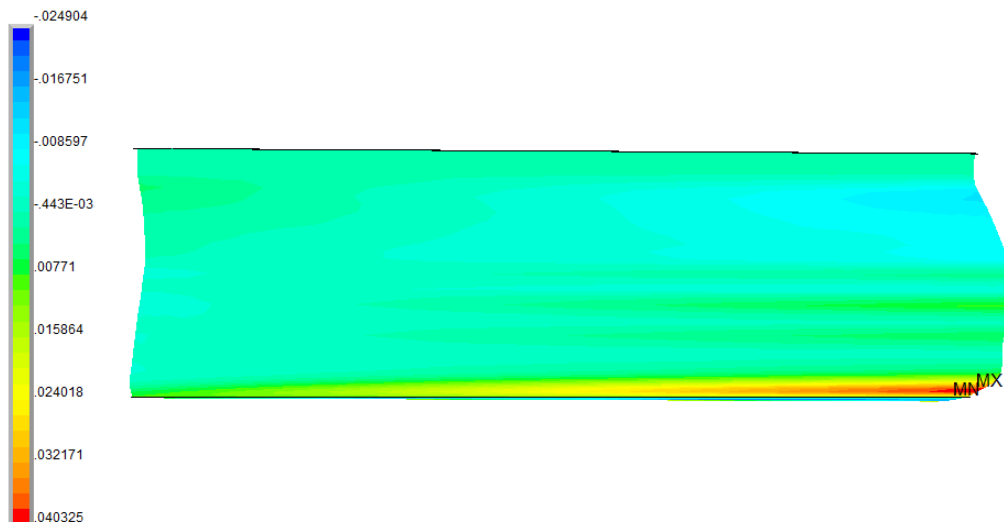
(в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)



Суммарные перемещения, м.  $USUM_{max} = 6.0$  см (4-5 пояс)



Эквивалентные напряжения по Мизесу, Па.  $\sigma_{max} = 387$  МПа (4-5 пояс)



Углы поворота, радианы.  $\varphi_{max} = 2.3^\circ$ ,  $\varphi_{min} = -1.4^\circ$  (1-ый пояс)

Рис. 4.22. РВСПА–50000 без понтона. 100% взлив. Момент времени  $t=11.64$  с  
 Результаты гидроупругого динамического расчета при сейсмическом воздействии  
 с учетом гидростатики. (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

#### 4.3.4. Результаты динамического расчета системы «тонкостенные днище, стенка, ребристая крышка с понтоном – вязкая жидкость (тяжелая нефть)» с учетом 8-балльного сейсмического воздействия

Основные результаты динамических расчетов резервуара РВСПА-50000 с понтоном, полученные двумя альтернативными подходами реализованными (в ПК ANSYS Mechanical – постановка Лагранжа и ПК ABAQUS Explicit – смешанная постановка ALE), представлены на рисунках 4.23 – 4.31. Рассматривался вариант 100% заполнения резервуара нефтью при 8-балльном горизонтальном сейсмическом воздействии с учетом гидростатики.

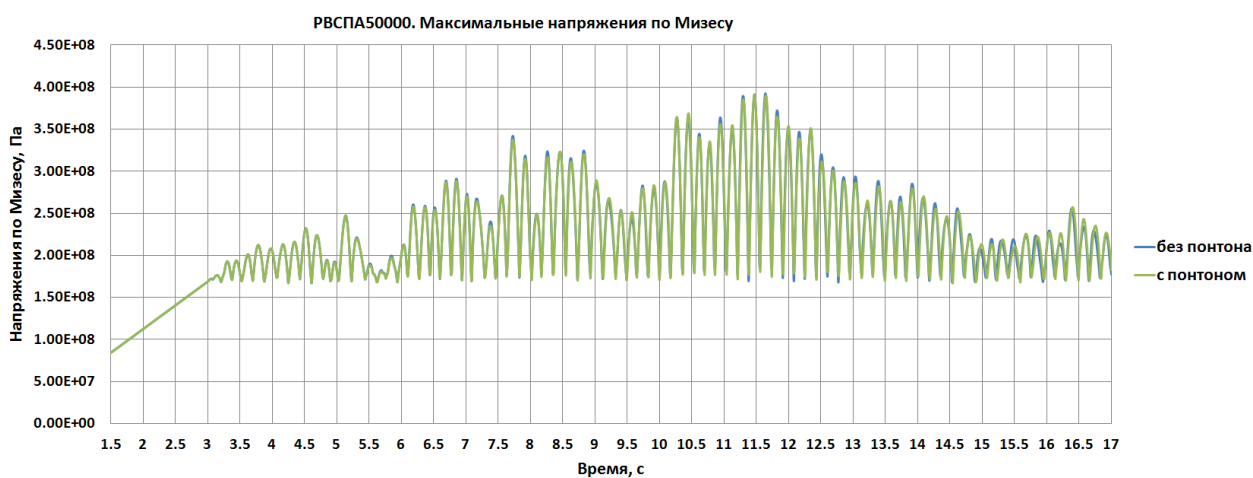
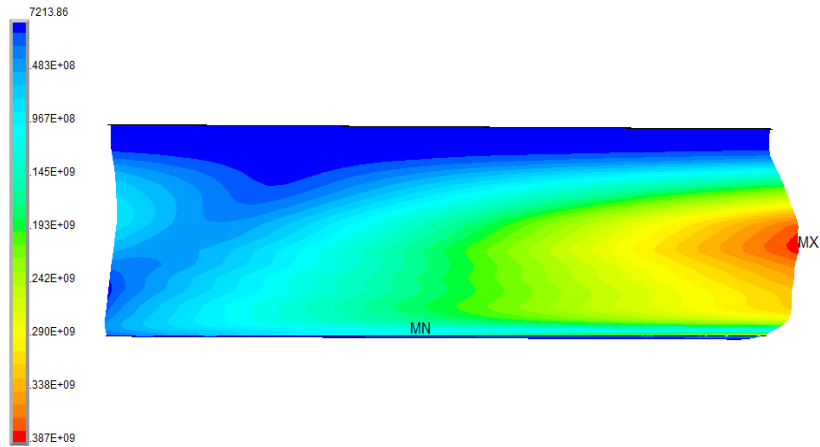


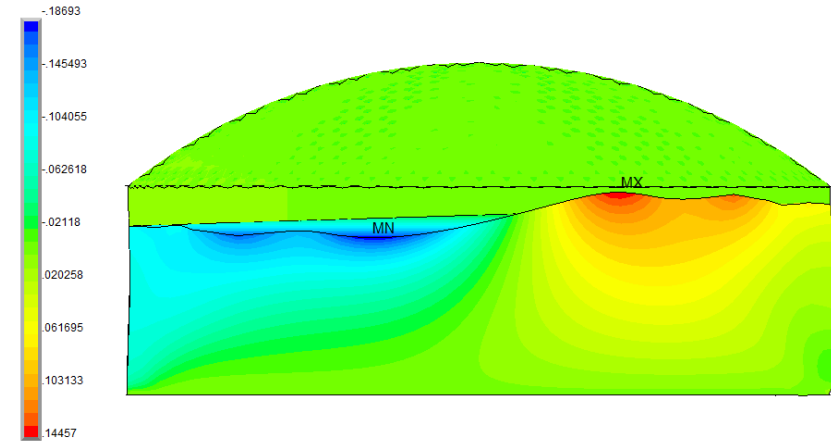
Рис. 4.23. РВСПА–50000 *без понтона* и *с понтоном*. 100% взлив. Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу в стенке резервуара (Па). *Без понтона*:  $\sigma_{\max} = 392$  МПа  $t=11.64$  с; *с понтоном*:  $\sigma_{\max} = 391$  МПа  $t=11.47$  с (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)



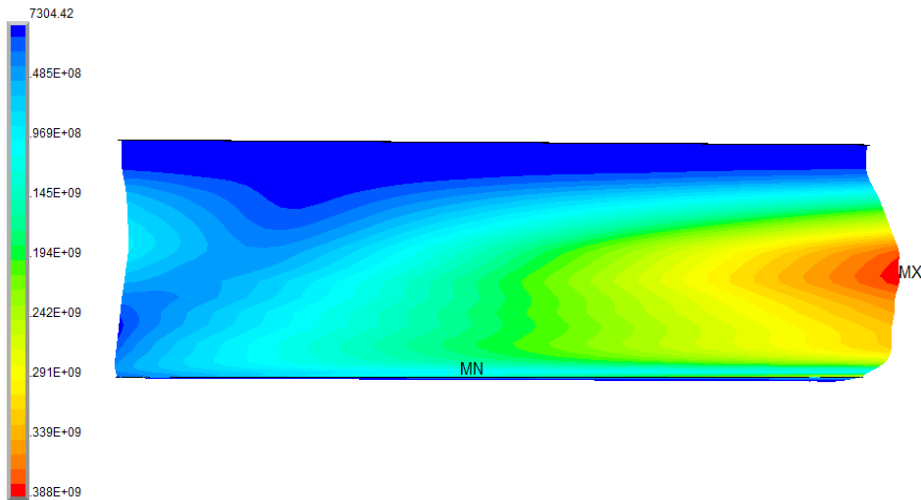
Рис. 4.24. РВСПА–50000 *без понтона* и *с понтоном*. 100% взлив. Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу в стенке резервуара на уровне понтона. (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)



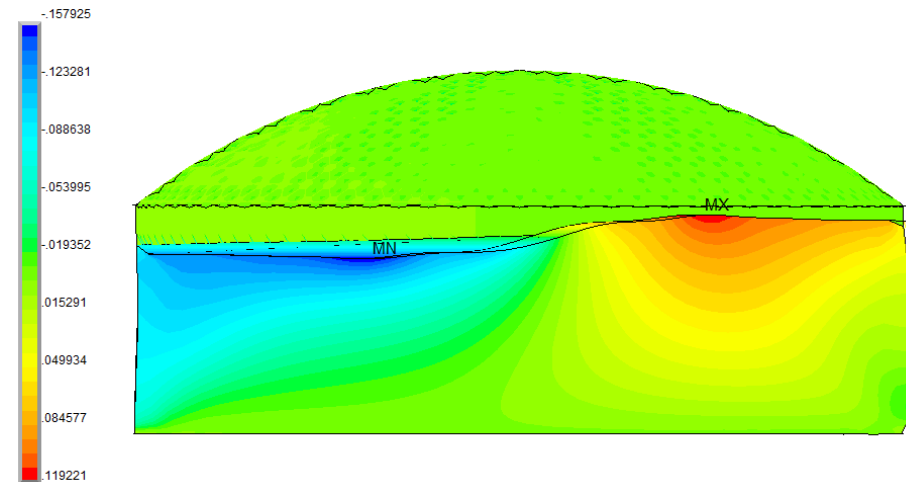
РВСПА–50000 *без понтона*. Эквивалентные напряжения по Мизесу, Па.  $\sigma_{\max} = 387$  МПа (4-5 пояс)



РВСПА–50000 *без понтона*. Форма и высота волны (м)



РВСПА–50000 *с понтоном*. Эквивалентные напряжения по Мизесу, Па.  $\sigma_{\max} = 388$  МПа (4-5 пояс)



РВСПА–50000 *с понтоном*. Форма и высота волны (м)

Рис. 4.25 100% взлив. Результаты гидроупругого динамического расчета при сейсмическом воздействии с учетом гидростатики. Момент времени  $t=11.64$  с. (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

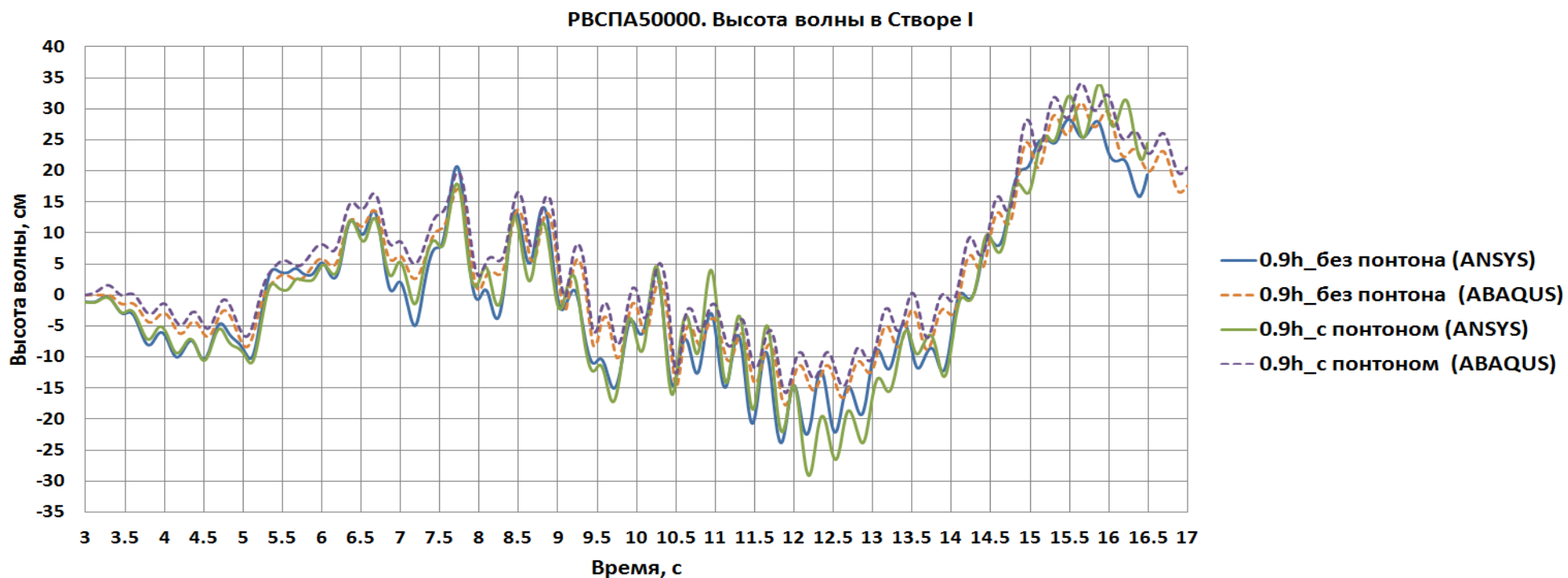


Рис. 4.26. РВСПА-50000 *без понтона* и *с понтоном*. 100% взлив.

Результаты гидроупругого динамического расчета при сейсмическом воздействии с учетом гидростатики.

Высота волны вблизи стенки резервуара во времени в плоскости действия сейсмического воздействия.

(в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical и в постановке ALE ПК ABAQUS Explicit)

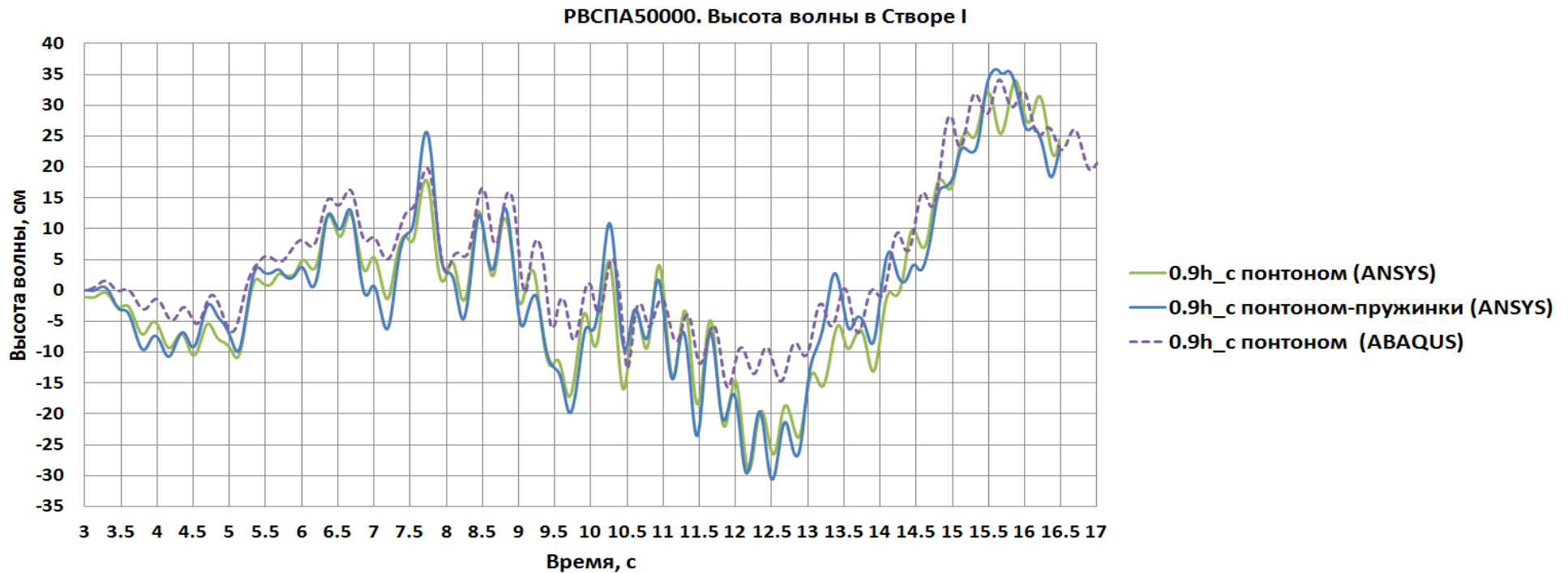


Рис. 4.27. РВСПА–50000 *с понтоном*. 100% взлив. Результаты гидроупругого динамического расчета при сейсмическом воздействии с учетом гидростатики. Высота волны вблизи стенки резервуара во времени в плоскости действия сейсмического воздействия.  
(в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical и в постановке ALE ПК ABAQUS Explicit)

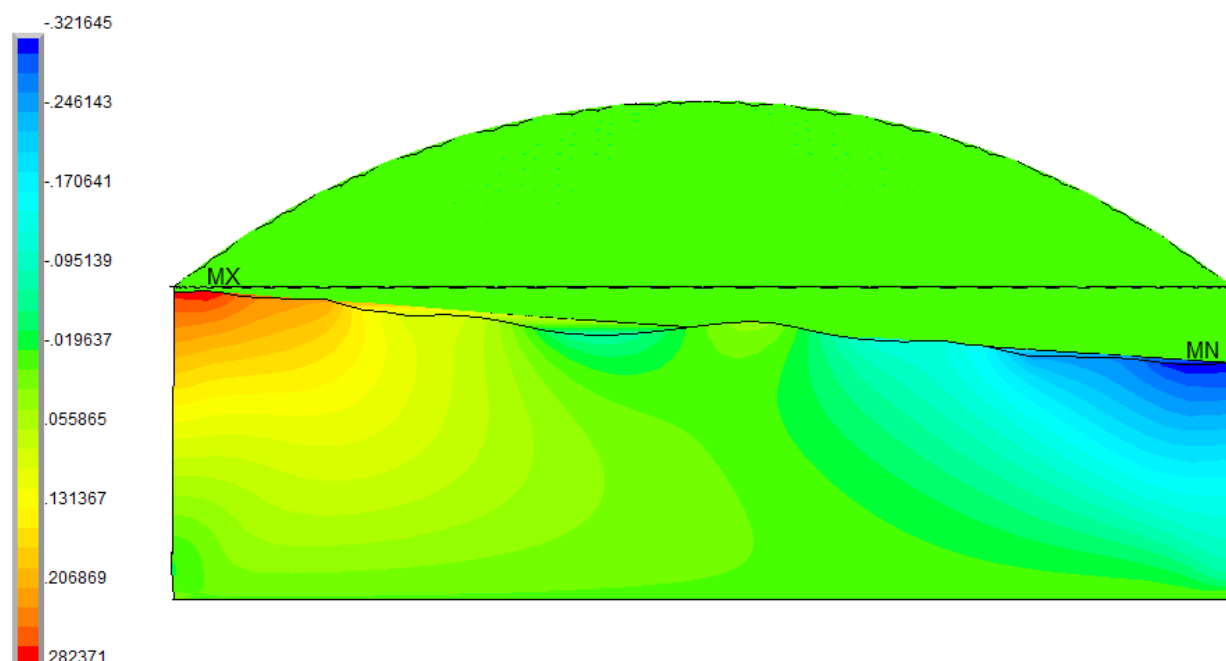


Рис. 4.28. РВСПА–50000 *без понтона*. 100% взлив. Результаты гидроупругого динамического расчета при сейсмическом воздействии с учетом гидростатики. Форма и высота волны (м) в момент времени времени  $t=15.49$  с.  $H_{w\_max}=28$  см. (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)

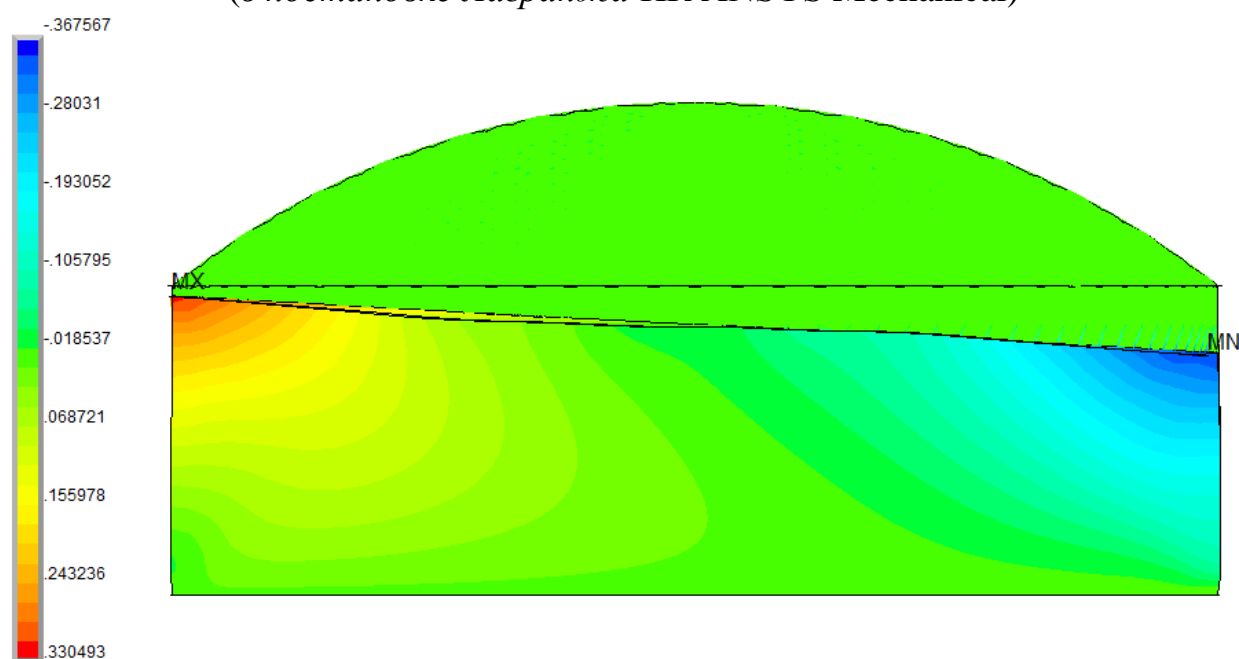


Рис. 4.29. РВСПА–50000 *с понтоном*. 100% взлив. Результаты гидроупругого динамического расчета при сейсмическом воздействии с учетом гидростатики. Форма и высота волны (м) в момент времени времени  $t=15.48$  с.  $H_{w\_max}=33$  см. (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)



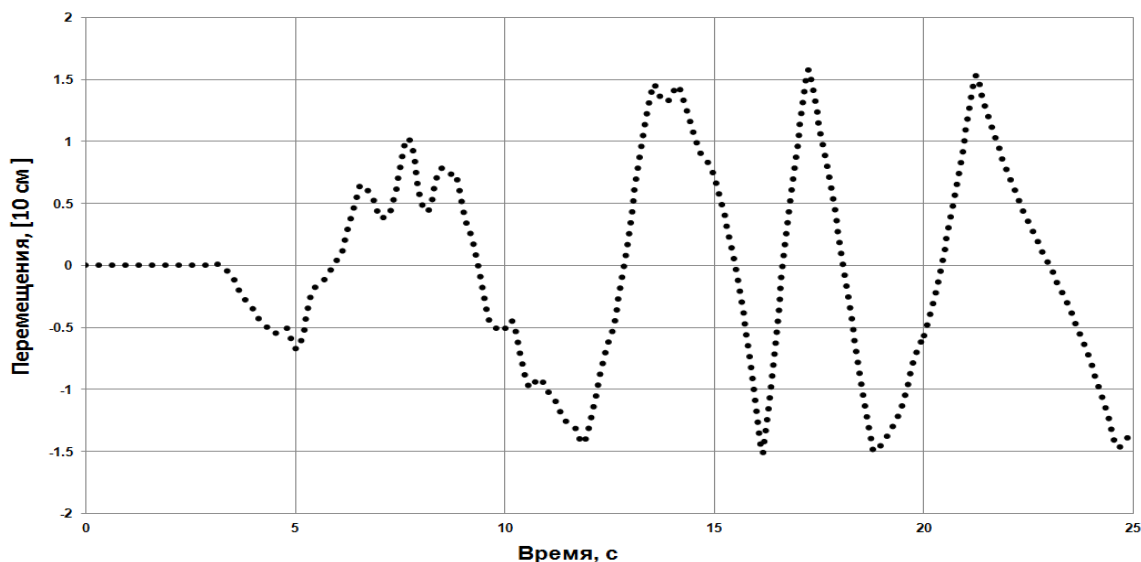


Рис. 4.30 РВСПА–50000 *с понтоном*. 100% взлив. Результаты гидроупругого динамического расчета при сейсмическом воздействии с учетом гидростатики. График перемещения понтона во времени в направлении сейсмического воздействия. (в постановке ALE ПК ABAQUS Explicit)

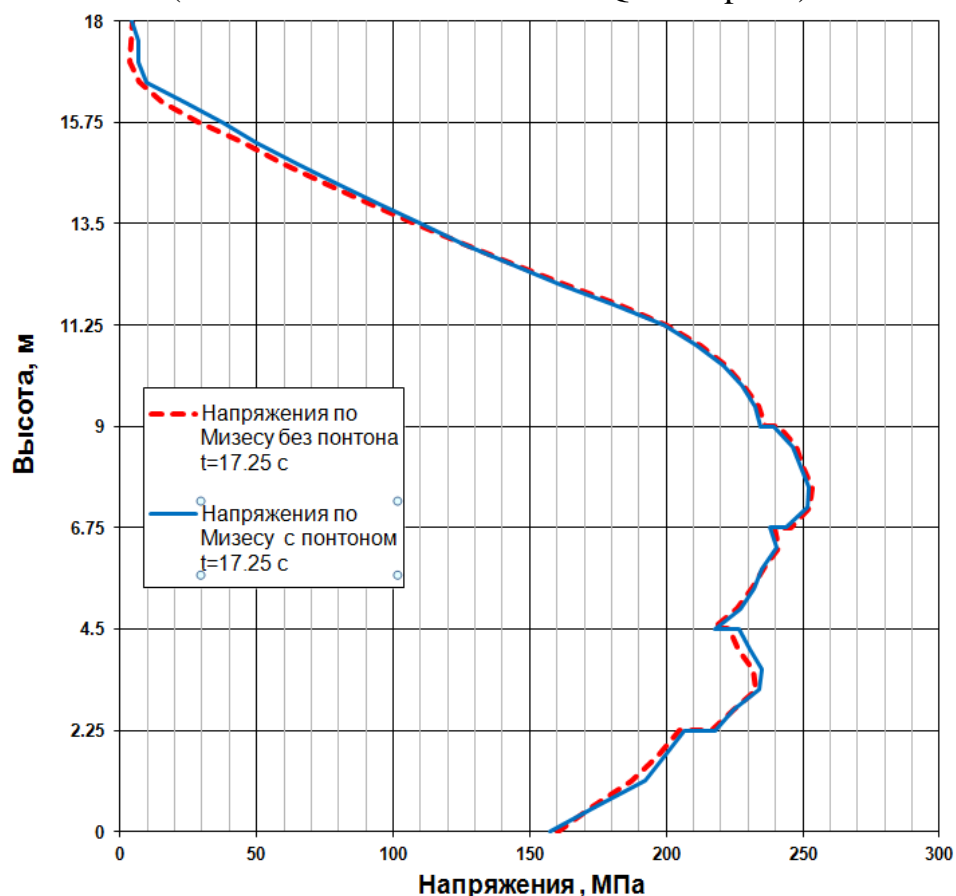


Рис. 4.31 РВСПА–50000 *с понтоном и без понтона*. 100% взлив. Результаты гидроупругого динамического расчета при сейсмическом воздействии с учетом гидростатики. Эквивалентные напряжения по Мизесу (МПа) по высоте стенки резервуара (м) в плоскости сейсмического воздействия в моменты времени:  $t=17.25$  с (*момент удара* понтона о стенку резервуара). (в постановке ALE ПК ABAQUS Explicit)

### 4.3.5. Сопоставление с результатами расчетов по нормативно-аналитической методике

#### 4.3.5.1. Нормативная методика оценки гидродинамического давления [14]

Гидростатическое давление вычисляется в соответствии с формулой (4.2):

$$p_{stat} = \rho g (h - z) \quad (4.2)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости,  $g$  – ускорение свободного падения,  $z$  – вертикальная координата,  $h$  – уровень разлива.

Давление на вертикальные стенки при горизонтальном сейсмическом воздействии распределено по закону [14]:

$$p_x^{(x)}(z_0, h_0, \theta) = \rho g R A_{\max}^{(x)} k_4(z_0, h_0) \sin \theta \quad (4.3)$$

где  $A_{\max}^{(x)}$  – пиковое значение горизонтальной компоненты сейсмического воздействия (в долях  $g$ ),  $R$  – радиус резервуара,  $h$  – уровень разлива,  $\theta$  – угол, отсчитываемый от плоскости, перпендикулярной направлению ускорения;  $z_0$  и  $h_0$  – безразмерные параметры, имеющие вид:

$$z_0 = z/h; \quad h_0 = h/R; \quad (4.4)$$

где  $k_4(z_0, h_0)$  – эпюра гидродинамического давления,

$$k_4(z_0, h_0) = 1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ch(\kappa_n z_0 h_0)}{(\kappa_n^2 - 1) ch(\kappa_n h_0)} \quad (4.5)$$

$\kappa_n$  – коэффициенты, равные  $\kappa_1 = 1.84$ ,  $\kappa_2 = 5.33$ ,  $\kappa_3 = 8.53$ ,  $\kappa_4 = 11.71$ ,  $\kappa_5 = 14.86$ ,  $\kappa_{3+n} = \kappa_3 + \pi n$ ,  $n = 1, 2, \dots$  (графики зависимости  $k_4(z_0, h_0)$  приведены на рис. 4.32).

Максимальное давление получается на образующих в плоскости сейсмических колебаний ( $\theta = \pi/2$  и  $\theta = 3\pi/2$ ).

$n$ -я круговая частота собственных колебаний жидкости вычисляется по формуле:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g \kappa_n}{R} th(\kappa_n h_0)} \quad (4.6)$$

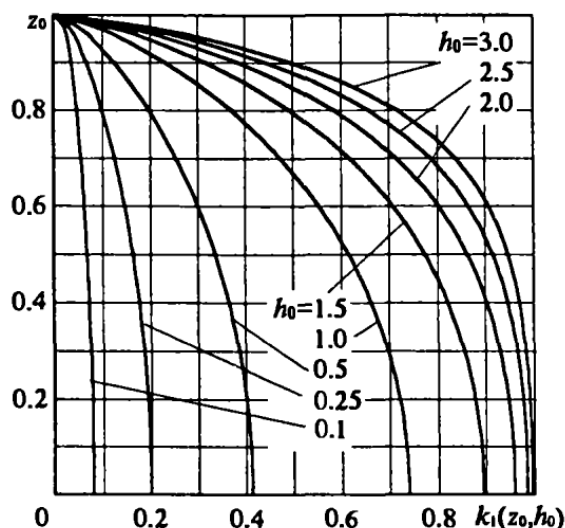


Рис. 4.32 Форма эпюры сейсмического гидродинамического давления  $k_4(z_0, h_0)$  в цилиндрическом резервуаре при горизонтальном сейсмическом воздействии [14].

#### 4.3.5.2. Сопоставление результатов

Для исследуемого объекта значение первой «аналитической» частоты собственных колебаний  $f_1=0.106$  Гц (в соответствии с формулой 4.6) близко соответствует полученному по численной методике –  $f_1=0.097$  Гц (см. рис. 4.10.).

Качественный характер распределения сейсмического НДС стенки резервуара следует упрощенным аналитическим моделям гидродинамического давления на жесткую стенку [14], но максимальные амплитуды численных динамических параметров НДС стенки (перемещений, деформаций, напряжений, см.рис. 4.23.) по разработанной адаптивной методике превосходят нормативно-аналитические значения в 5 раз (рис.4.34.). Объяснений этому принципиальному количественному расхождению может быть дано несколько:

- квазистатический характер приложения сейсмической (инерционной) нагрузки ( $A_{\max}^{(x)}=0.2$ ), не учитывающий реальные динамические свойства заданной акселерограммы землетрясения;

- неучет в квазистатических методиках сложного динамического характера колебаний связанной системы «тонкостенная оболочка-жидкость»;

- гипотеза о жесткой вертикальной стенке резервуара, принятая в нормативно-аналитической методике.

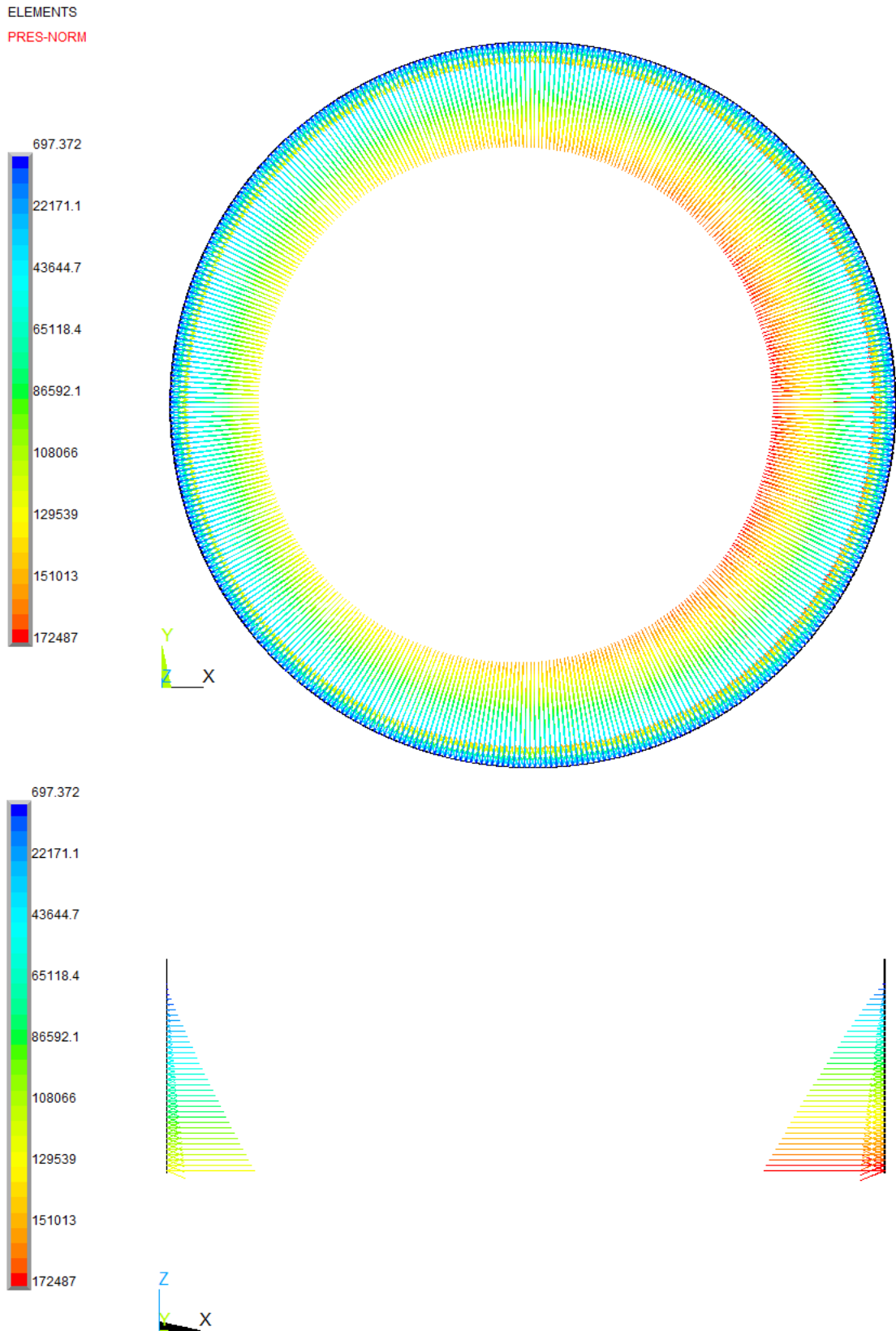


Рис. 4.33. Эпюра суммарного (гидростатика + квазистатическая гидродинамика) давления по нормативной методике [14].

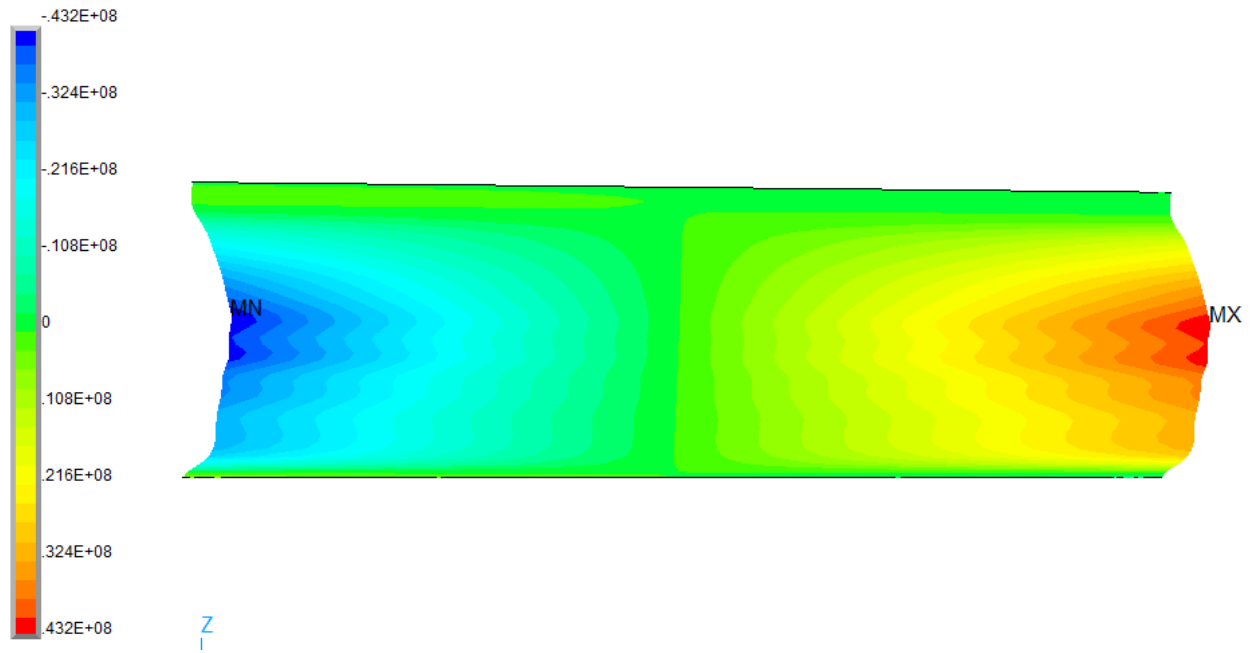


Рис. 4.34. Гидродинамическое давление по нормативной методике [14].  
 Окружные (главные) напряжения, Па.  
 $\sigma_{1\max} = 43 \text{ МПа}$  (4-5 пояс),  $\sigma_{1\min} = -43 \text{ МПа}$  (4-5 пояс).

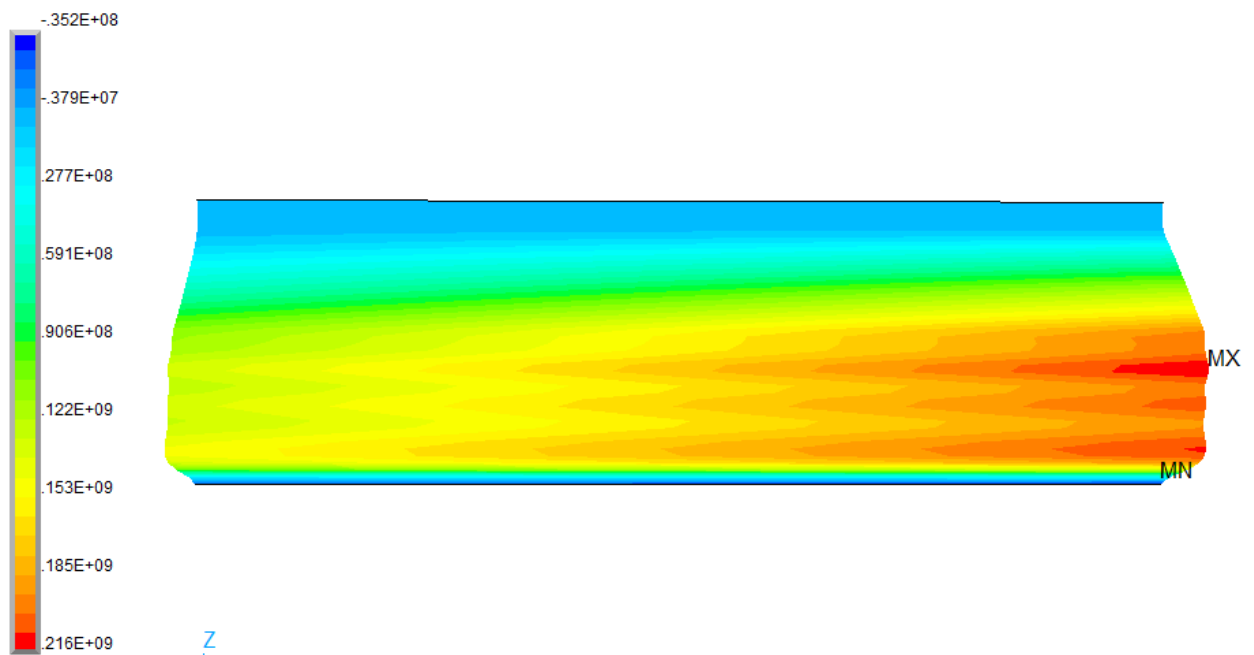


Рис. 4.35. Суммарное давление по методике [14].  
 Окружные (главные) напряжения, Па.  
 $\sigma_{1\max} = 216 \text{ МПа}$  (4-5 пояс),  $\sigma_{1\min} = -35 \text{ МПа}$  (1-й пояс).

#### 4.4. Анализ результатов и выводы

1. Расчетные исследования выполнены по альтернативным методикам и конечноэлементным моделям системы «тонкостенные днище, стенка переменного сечения, ребристая крышка, понтон – вязкая жидкость (тяжелая нефть)» в универсальных программных комплексах (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical и в постановке ALE ПК ABAQUS Explicit) при действии статических нагрузок (собственный вес, снеговая нагрузка и гидростатическое давление) и горизонтального сейсмического воздействия (заданного акселерограммой уровня 8 баллов).

2. Получены практически близкие значения основных критериальных параметров состояния (собственные частоты и формы колебаний, высота и форма волны, перемещения, уровень максимальных компонент, главных и эквивалентных деформаций и напряжений) по двум упомянутым альтернативным численным методикам/моделям, реализованным в программных комплексах ANSYS Mechanical (в постановке Лагранжа) и ABAQUS/Explicit (в постановке ALE).

3. Максимальная выявленная расчетная высота волны не превосходит допусковых значений:

- a. без учета понтона
  - 28 см (в постановке Лагранжа ПК ANSYS Mechanical)
  - 31 см (в постановке ALE ПК ABAQUS Explicit).
- b. с учетом понтона
  - 34 см (в постановке Лагранжа ANSYS Mechanical, понтон с жесткими связями)
  - 36 см (в постановке Лагранжа ANSYS Mechanical, понтон с «пружинками»)
  - 34 см (в постановке ALE ABAQUS/Explicit, понтон без связей со стенкой – только односторонний контакт).

4. Максимальный расчетный уровень эквивалентных статических напряжений в стенке резервуара приурочен к области стыка первого и второго

поясов, в точности равен окружным напряжениям растяжения от гидростатического давления (100%-й взлив) и составляет 169 МПа. Влиянием собственного веса конструкций и снеговой нагрузки с практической точностью можно пренебречь.

5. *Максимальные суммарные упругие напряжения* при действии статических и 8-балльных сейсмических воздействий выявлены для 100%-го взлива, приурочены к 4-5 поясам стенки (незначимая вариация обусловлена альтернативными моделями/методами), составляют 381 МПа (эквивалентные по Мизесу) и 387 МПа (окружные), определяются окружными деформациями/напряжениями растяжения, превосходящими предел текучести для стали С345 (при толщине от 10 до 20 мм – 315 МПа). При этом вклад сейсмических окружных напряжений составляет 218 МПа.

6. *Максимальные суммарные окружные деформации*, определяющие упомянутый уровень напряжений, приурочены к 4-5 поясам стенки (вариация обусловлена альтернативными моделями/методами) и достигают по абсолютной величине 0,184%, *максимальные суммарные вертикальные* – 0,13% (1 пояс). *Тем самым можно признать разумным предложенное расположение датчиков деформаций (в уровне 4 пояса).*

7. Выявленный расчетами *уровень максимальных углов сейсмических поворотов* составляет 1.0 град (в нижней зоне первого пояса), а в уровне предлагаемой установки инклинометра – не более 0,15 град (в зоне, близкой к ветровому кольцу). Это указывает на возможную неэффективность установки инклинометров для идентификации сейсмической реакции системы (малые значения измеряемых параметров), особенно в предлагаемой верхней зоне стенки.

8. Не установлено сколько-нибудь значимого влияния понтона (для рассмотренной конструкции понтона и принятых 3-х упрощенных моделей взаимодействия понтона со стенкой) на распределение деформаций и напряжений в стенке резервуара и на максимальные значения контролируемых параметров. Вопросы прочности, целостности и остойчивости самой конструкции понтона нуждаются в дальнейшем изучении.

9.С учетом выявленного расчетами распределения основных параметров НДС резервуара РВСПА-50000 для целей планируемого мониторинга *рекомендуется*:

– установить датчики деформаций в уровне 4-5 пояса стенки равномерно по окружности с шагом 30 град. (всего – 12 штук) для измерения, прежде всего, окружных (кольцевых) деформаций;

– определить уровень допустимых значимых суммарных (гидростатика+сейсмика) окружных деформаций стенки, соответствующих достижению расчетного предела текучести для стали С345, равным 0,15%, а уровень «чистых» сейсмических деформаций – 0,07%;

– установить инклинометры для фиксации общего крена конструкции резервуара, не связанного с сейсмическими воздействиями, в соответствии с нормативными ограничениями.

#### **4.5. Выводы по главе 4**

1. Для рассмотренного сложного и ответственного реального строительного объекта – тонкостенного металлического резервуара с жидкостью большой емкости (50 000 м<sup>3</sup>) с подкрепленной эллиптической крышей и плавающим понтоном – показана эффективность разработанной адаптивной методики численного моделирования с использованием альтернативных подходов (лагранжев и ALE) для исследования динамики гидроупругой системы при сейсмическом воздействии, заданном синтезированной акселерограммой.

2. При установленном уровне землетрясения до 8-и баллов более экономичный лагранжев подход, реализованный в ПК ANSYS Mechanical (оболочечно-стержневая КЭ-модель конструкции, объемные КЭ FLUID80 для жидкости), обеспечивает приемлемую по точности результаты динамического расчета – перемещения, деформации и напряжения в оболочке, картины волнообразования на поверхности жидкости.

3. Качественный характер сейсмического НДС стенки резервуара соответствует упрощенным аналитическим моделям гидродинамического



давления на жесткую стенку и присоединенных масс. При этом максимальные амплитуды численных динамических параметров НДС стенки (перемещений, деформаций, напряжений) по разработанной адаптивной методике превосходят нормативно-аналитические значения в 5 раз – приведено обоснования этого различия.

4. Связанный динамический характер гидроупругого решения в наибольшей степени и не вполне количественно предсказуемо проявляется при сравнительном рассмотрении вариантов с весьма гибким понтоном и без понтона – при близости параметров НДС стенки (опасения насчет ударных взаимодействий понтона и стенки не подтвердились) максимальная высота волны увеличилась за счет ее выполаживания (сглаживания мелкомасштабных волн – «ряби» на поверхности).

5. Полученные результаты далеко выходят за рамки узко объектового значения и позволяют рекомендовать разработанную адаптивную методику к применению для широкого класса гидроупругих динамических систем «гибкое сооружение-жидкость» («высоконапорные арочные плотины – водохранилище», «тонкостенный гидрозатвор – бассейн» и др.).

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ

1. По результатам аналитического обзора существующих отечественных и зарубежных нормативных, экспериментальных и теоретических подходов выполнена классификация значимых задач строительной аэрогидроупругости с позиции физики явлений и их математического/численного моделирования.

2. Разработана адаптивная методика численного моделирования связанных динамических задач строительной аэрогидроупругости, гибко настраиваемая на объект и задачу исследования, содержащая современные эффективные альтернативные подходы (*лагранжев, эйлеров и смешанный*), модели и численные схемы. Методика реализована на основе многодисциплинарных программных комплексов (прежде всего, ANSYS) и собственных программных разработок автора.

3. На серии тестовых задач, имеющих аналитическое, экспериментальное и (или) альтернативное численное подтверждение, проведена верификация и «настройка» параметров разработанной методики. Обоснованы практически реализуемые постановки трехмерных связанных задач аэрогидроупругости.

4. Так, на выполненной многопараметрической верификационной задаче (известный «общемировой» тест с объемным обтеканием прямоугольной призмы) показано, что реализация альтернативных моделей турбулентности даже при подробной дискретизации приводит к значимому разбросу в определении пульсационной составляющей аэродинамического давления и пространственно-временных характеристик потока. Этот вывод определил выбор моделей и методов дальнейших исследований связанных задач аэрогидроупругости.

5. На связанной динамической верификационной задаче аэрогидроупругости – нелинейные колебания гибкой упругой балки в спутном следе за жестким цилиндром – оптимизированы параметры дискретных моделей и

методов расчета, обеспечившие близость полученных результатов к «эталонным» данным в значимом диапазоне характеристик ламинарного потока.

6. На верификационных задачах гидроупругости, имеющих экспериментальные эталонные решения, показано соответствие и обоснованы диапазоны применимости альтернативных численных подходов моделирования жидкости со свободной поверхностью в резервуаре при кинематических динамических воздействиях.

7. Проведена апробация адаптивной методики на реальном объекте с сильным проявлением трехмерных динамических эффектов гидроупругости – тонкостенном металлическом резервуаре с жидкостью большой емкости (50 000 м<sup>3</sup>) с подкрепленной эллиптической крышей и плавающим понтоном. Показана эффективность методики с использованием альтернативных подходов (*лагранжев* и *смешанный*) и возможность использования более «экономичного» *лагранжева* для исследования динамики системы при интенсивном сейсмическом воздействии, заданном синтезированной акселерограммой.

8. Связанный динамический характер и слабая предсказуемость гидроупругого решения в наибольшей степени проявляются при сравнительном рассмотрении вариантов с весьма гибким понтоном и без понтона – при близости параметров НДС стенки резервуара максимальная высота волны увеличилась за счет ее выполаживания (сглаживания «ряби» на поверхности).

9. Представленные результаты диссертационного исследования позволяют рекомендовать разработанную адаптивную методику к применению для широкого класса аэрогидроупругих динамических систем строительства – резервуары с жидкостью, высоконапорные арочные плотины с водохранилищем, тонкостенные гидрозатворы с бассейном (при сейсмических воздействиях), высотные здания, мосты, рекламные щиты (в ветровом потоке) и др. При этом требуют дальнейшего обоснования и развития как математические модели (прежде всего, турбулентности для ветровых потоков), так и численные схемы их реализации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *Айранетов А.Б.* Критерий галопирования высотных сооружений в ветровом потоке – Труды ЦАГИ. №2643, 2003.– с. 85-92.
- [2] *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В 2-х т. – М.: Мир, 1990. – т. 1. – 384 с.
- [3] *Афанасьева И.Н., Усманов А.Р.* Изучение трехмерной структуры воздушного турбулентного потока при обтекании призмы прямоугольной формы. *International Journal of Computational Civil and Structural Engineering*, Volume 7, Issue 3 – Москва, 2011 г., с. 43-49.
- [4] *Афанасьева И.Н.* Моделирование двумерного нестационарного обтекания гибкой упругой конструкции в связанной постановке. Часть 3: верификация методики численного моделирования поведения гибкой упругой конструкции. *International Journal of Computational Civil and Structural Engineering*, Volume 10, Issue 3 – Москва, 2014, с. 40-48.
- [5] *Барштейн М.Ф.* Динамический расчет высоких сооружений на действие ветра. – В кн.: Справочник по динамике сооружений. Под ред. Б.Г. Коренева, И.М. Рабиновича. М., Стройиздат, 1972–. с. 286-321.
- [6] *Бате К., Вилсон Е.* Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Книга по требованию, 2012. – 445 с.
- [7] *Белостоцкий А.М.* Численное моделирование статического и динамического напряженно-деформированного состояния пространственных систем «сооружение – основание – водохранилище» с учетом нелинейных эффектов открытия – закрытия швов и макротрещин: Дис. на соиск. учен. степ. д-ра техн. наук: 05.23.07. МГУП. М., 1998. – 367 с.
- [8] *Белостоцкий А.М., Дубинский С.И., Афанасьева И.Н.* Численное моделирование задач строительной аэродинамики. Разработка методик и исследования реальных объектов. *International Journal of Computational Civil and Structural Engineering*, Volume 6, Issue 1&2 – Москва, 2010 г., с. 67-69.

- [9] *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Дмитриев Д.С., Усманов А.Р., Чужинов А.С., Щербина С.В.* Постановка, конечноэлементная аппроксимация и алгоритмы решения задач расчетного обоснования связанных систем «сооружение–жидкость». *Строительная механика и расчет сооружений*, 5 – Москва, 2014 г., с.21-27.
- [10] *Бенерджи П., Баттерфилд Р.* Методы граничных элементов в прикладных науках. – М.: Мир, 1984. – 494 с.
- [11] *Березин В.Л., Шутов В.Е.* Прочность и устойчивость резервуаров и трубопроводов. М.: Недра, 1973. 198 с.
- [12] *Березин Е.Н.* Численное моделирование задач идеальной несжимаемой жидкости со свободными границами методом граничных элементов. Дисс. на соискание уч. степ. к.ф.-м.н., 2006. – 146 с.
- [13] *Березин М.А., Катюшин В.В.* Атлас аэродинамических характеристик строительных конструкций – Новосибирск: Олден-Полиграфия, 2003.–130 с.
- [14] *Бирбраер А.Н.* Расчет конструкций на сейсмостойкость. – СПб.: Наука, 1998. – 255 с.
- [15] Верификационный отчет по ПК ANSYS Mechanical (4 тома). – М.: ЗАО НИЦ «СтаДиО», ГОУ ВПО МГСУ, 2009 г. Свидетельство РААСН о верификации ПС № 02/ANSYS/2009 от 10.07.2009 года.
- [16] *Гагарин В.Г., Гувернюк С.В.* О методике определения местных аэродинамических воздействий на элементы фасада здания. Применение компьютерных технологий моделирования двумерного обтекания фасада сложной конфигурации. – *Стройпрофиль №2*, 2007. – с. 58–62.
- [17] *Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л.* Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений. Учебное пособие. – СПб., 2012.
- [18] *Гордеев В.Н., Лантух-Лященко А.И., Пашинский В.А., Перельмутер А.В., Пичугин С.Ф.* Нагрузки и воздействия на здания и сооружения. – М.: ИАСВ, 2007. – 676 с.
- [19] *Горлин С.М.* Экспериментальная аэродинамика. – М.: «Высшая школа», 1970. – 423 с.

- [20] *Горохов Е.В., Кузнецов С.Г., Васылев В.Н.* Воздействие ветра на высотные здания и их комплексы – Сборник научных трудов. М., 2008. – с. 86–90.
- [21] *Горшков А.Г., Морозов В.И., Пономарев А.Т., Шклярчук Ф.Н.* Аэрогидроупругость конструкций. – М.: Физматлит, 2000. – 592 с.
- [22] *Григолюк Э.И., Горшков А.Г.* Взаимодействие упругих конструкций с жидкостью (удар и погружение). – Л.: Судостроение, 1976. – 200 с.
- [23] *Григорьев Ю.Н., Вишневков В.А., Федорук М.П.* Численное моделирование методами частиц в ячейках.–Новосиб.: Издательство СО РАН, 2004.–360 с.
- [24] *Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н.* Избранные задачи аэроупругости. – М.: МАИ, 2007. – 48 с.
- [25] *Дубинский С.И.* Численное моделирование ветровых воздействий на высотные здания и комплексы. Дисс. на соиск. уч. степ. к.т.н., Москва, 2010.
- [26] *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 511 с.
- [27] *Зиновьева Т.В.* Колебания морских сооружений как упругих тонкостенных конструкций, взаимодействующих с жидкостью и буровой установкой. Дисс. на соискание уч. степ. к.ф.-м.н., 2005.–168 с.
- [28] *Казакевич М.И.* Аэродинамика мостов. – М.: Транспорт, 1987. – 240 с.
- [29] *Каплун А.Б., Морозов Е.В., Олферьева М.А.* ANSYS в руках инженера. Практическое руководство. –М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.–272 с.
- [30] *Коньшин В.Н.* Численное моделирование волновых движений жидкости. Дис. на соиск. учен. степ. к. ф.-м. наук: 01.01.07. МФТИ. М., 1985. – 135 с.
- [31] *Лавров Ю.А.* Аналитические методы расчета взаимодействия жидкости с упругими стенками резервуаров. Дисс. на соискание уч. степ. д.ф.-м.н., 2003. – 330 с.
- [32] *Лукьянов А.А., Пеньков В.Б.* Моделирование деформирования твердого тела с использованием бессеточных методов. – Вестник СамГУ. Сер. естественнонаучная, 2007, №6(56), с. 62-70.
- [33] *Марчук Р.С.* Математическое моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости со свободными границами методом сглаженных частиц. Дисс. на соискание уч. степ. к.ф.-м.н., 2012. – 177 с.

- [34] *Мелешко В.А.* Аэроупругая неустойчивость зданий и сооружений в ветровом потоке. Автореф. дис. на соиск. уч. степ. к.т.н., – СПб, 2011.
- [35] *Минаков А.В.* Численное моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости с подвижными границами. Автореферат дисс. на соискание уч. степ. к.ф.-м.н., 2008. – 20 с.
- [36] *Модорский В.Я.* Численное моделирование влияния геометрических характеристик на напряженно-деформированное состояние аэроупругой цилиндрической конструкции. Матем. моделирование и краев. задачи, 2, 2004 – с. 167–170.
- [37] Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. ПНАЭ Г-7-002-86. / Госатомэнергонадзор СССР. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 525 с.
- [38] *Остроумов Б.В.* Разработка, исследование и внедрение новых конструктивных форм высотных сооружений на основе экспериментально - теоретических исследований их взаимодействия с ветром. Автореферат дисс. д.т.н. – М.: 2003. – 32 с.
- [39] *Попов Н.А.* Рекомендации по уточненному динамическому расчету зданий и сооружений на действие пульсационной составляющей ветровой нагрузки. – Госстрой России, М.: ГУП ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 2000. – 45 с.
- [40] *Попов Н.А.* Отчет по теме: «Пересмотр (актуализация) СНиП 2.01.07-85\*«Нагрузки и воздействия». Общие положения» (Первая редакция) – ЦНИИСК им. Кучеренко, Москва, 2007. – 51с.
- [41] *Попов Н.А.* Национальное приложение к EN 1991 Еврокод 1. ОАО «НИЦ «Строительство», ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко – Москва, 2011. – 99 с.
- [42] *Рейн Т.С.* Численное моделирование движения вязкой несжимаемой жидкости со свободными границами обобщенным методом естественных соседей. Автореф. дис. на соиск. уч. степ. к.ф.-м.н., 2008.
- [43] *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

- [44] *Симиу Э., Сканлан Р.* Воздействие ветра на здания и сооружения – Пер. с англ. Б.Е. Маслова, А.В. Швецово́й; Под ред. Б.Е. Маслова. – М.: Стройиздат, 1984. – 360 с.
- [45] СНиП II – 6 – 74. Нормы проектирования. Нагрузки и воздействия. – М.: Стройиздат, 1976. – 44 с.
- [46] СНиП 2.01.07 – 85. Нагрузки и воздействия. Госстрой России. – М.: ГУП ЦПП, 1996. – 48 с.
- [47] СНиП 2.01.07 – 85\*. Нагрузки и воздействия. Госстрой России. – М.: ГУП ЦПП, 2001. – 44 с.
- [48] Справочник проектировщика. Динамический расчет зданий и сооружений – Под ред. Б. Г. Коренева и И. М. Рабиновича.- 2-е изд. // М.: Стройиздат, 1984, – 303 с.
- [49] Строительные нормы Беларуси. ТКП EN 1991-1-4-2009 (02250 и национальное приложение. Еврокод 1. Воздействия на конструкции. Часть 1-4. Общие воздействия. Ветровые воздействия. – Минск, 2008. – 124 с.
- [50] *Травуш В.И., Попов Н.А.* Особенности определения ветровых нагрузок, действующих на высотные здания комплекса «Москва-Сити». Вестник отделения *строительных наук* РААСН, вып. 9 – Белгород, 2005.
- [51] *Тюрин Д.В.* Моделирование вертикальных стальных резервуаров с несовершенствами геометрической формы. Диссертация на соискание ученой степени к.т.н., Тюмень, 2003 г.
- [52] *Филиппенко Г.В.* Колебания мембран и пластин, частично погруженных в жидкость. Дисс. на соискание уч. степ. к.ф.-м.н., 2000. – 92 с.
- [53] *Франк А.М.* Дискретные модели несжимаемой жидкости. – М.: Физматлит, 2001. – 208 с.
- [54] *Шишаева А.С.* Численное моделирование взаимодействия подвижных и деформируемых элементов конструкции с потоком жидкости или газа. Дисс. на соискание уч. степ. к.ф.-м.н., 2010. – 143 с.
- [55] *Afanasyeva Irina N., Usmanov Anton. R., Belostotskiy Alexandr M.* Specific aspects of numerical simulation of civil engineering structures with cross section



- shape close to rectangular. Congress Proceedings: WCCM XI – ECCM V – ECFD VI. – Barcelona, July 20-25, 2014. – pp. 7132-7143.
- [56] AIJ Recommendations for Loads on Buildings. Architectural Institute of Japan. – Japan, 1996.
- [57] ANSYS, Inc., “ANSYS 15 Help”, 2014.
- [58] Atluri S.N., Zhu T. A New Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Approach in Computational Mechanics. // Comput. Mech., 1998, 22, pp. 117-127.
- [59] Babuska I., Melenk J.M. The Partition of Unity Method. // Int. J. Numer. Meth. Eng., 1997, 40, pp. 727-758.
- [60] Bayraktar A., Hancer Ebru, Akkose Mehmet. Influence of base-rock characteristics on the stochastic dynamic response of dam-reservoir-foundation systems. Elsevier, 2005.
- [61] Bathe K.J. Finite Element Procedures, Prentice-Hall, New York, 1996.
- [62] Bathe K.J., Zhang H., Zhang X. Some advances in the analysis of fluid flows. // Computers & Structures, 1997, Vol. 64, pp. 909-930.
- [63] Belytschko T., Lu Y.Y., Gu L. Element-free Galerkin Methods. // Int. J. Numer. Meth. Eng., 1994, 37(2), pp. 229-256.
- [64] Bletzinger K.-U., Wüchner R., Kupzok A. Algorithmic treatment of shells and free form-membranes in FSI. Lecture Notes in Computational Science and Engineering 53, 2006, pp. 336-355. Springer.
- [65] Blocken B., Stathopoulos T., Carmeliet J. CFD simulation of atmospheric boundary layer-wall function problems. Atmospheric Environment, vol. 41 (2), 2007 – pp. 238-252.
- [66] Belostotskiy A., Dubinsky S., Afanasyeva I., Kotov F., Vershinin V., Scherbina S., Petryashev S, Petryashev N. External Extreme Impacts on NPP Constructions – Methodology of Computational simulation. Advanced Materials Research, Volume 1040 – 2014, pp. 472-477.
- [67] Bronkhorst A.J, Geurts C.P.W, C.A. van Bentum. Unsteady pressure measurements on a 5:1 rectangular Cylinder. 13th International Conference on Wind Engineering, July 10-15, 2011.

- [68] *Bruno L., Fransos D., Coste N., Bosco A.* 3D flow around a rectangular cylinder: a computational study. BBA VI International Colloquium on: Bluff Bodies Aerodynamics and Applications, Milano, 2008.
- [69] *Buruchenko S.K.* Smooth Particle Hydrodynamics: Some Results. // *Вычислительные технологии*, 2002, т. 7, №1, pp. 41-53.
- [70] *Cavagna L., Quaranta G., Ghiringhelli G.L., Mantegazza P.* Efficient application of CFD aeroelastic methods using commercial software. International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics IFASD-2005, Germany, 2005.
- [71] *Chen X., Zha G.-C., Yang M.-T.* Numerical simulation of 3-D wing flutter with fully coupled fluid – structure interaction. // *Computers & Fluids*, 36, 2007, pp. 856-867.
- [72] *Cho J.R., Lee S.Y.* Dynamic analysis of baffled fuel-storage tanks using the ALE finite element method. // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 41, 2003, pp. 185-208.
- [73] *Dassault Systèmes*, “ABAQUS Documentation”, 2010.
- [74] *Davenport A.G.* The application of statistical concepts to the wind loading of structures. *Proc. Civ. Engineers*. Vol. 19 – August 1961. p. 449–472.
- [75] *Davenport A.G.* Gust loading factors. *Proc. of American soc. of civil Engineering*. Vol. 93 (1), No. ST3 – 1967.
- [76] *Del Pin F.* The meshless finite element method applied to a lagrangian particle formulation of fluid flows. // *Instituto de Desarrollo tecnologico para la industria quimica (INTEC) universidad nacional del litoral noviembre. 2003.* – 157 pages.
- [77] *Dokainish M.A., Subbaraj K.* A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics-I, Explicit methods. // *Comput. Structures* 32 (6) (1989), pp. 1371-1386.
- [78] *Donea J., Giuliani S., Halleux J.P.* An arbitrary Lagrangian – Eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions. // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 33, 1982, pp. 689-723.

- [79] *Dunne T., Rannacher R.* Adaptive finite element approximation of fluid – structure interaction based on an Eulerian variational formulation. Lecture Notes in Computational Science and Engineering, 2006, 53, pp. 110-145. Springer.
- [80] Eurocode 1: Basis design and action on structures. Part 2-4: «Wind action». ENV 1991 – 2 – 4, – CEN, 1994.
- [81] *Farhat C., Geuzaine P., Brown G.* Application of a three-field nonlinear fluid – structure formulation to the prediction of the aeroelastic parameters of an F-16 fighter. // *Computers & Fluids*, 32, 2003, pp. 3-29.
- [82] *Farhat C.; Lesoinne M.* Two efficient staggered algorithms for the serial and parallel solution of three-dimensional nonlinear transient aeroelastic problems. // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, Vol. 182, pp. 499-515.
- [83] *Felippa C.A., Park K.C., Farhat C.* Partitioned analysis of coupled systems. // In E. Onate and S. Idelsohn (ed) *Computational Mechanics, Proc. WCCM IV Conf., CIMNE, Barcelona, 1998.*
- [84] *Förster, C., Wall, W.A., Ramm, E.* Artificial added mass instabilities in sequential staggered coupling of nonlinear structures and incompressible viscous flows, Institut für Baustatik und Baudynamik der Universität Stuttgart, Lehrstuhl für Numerische Mechanik der Technischen Universität München, 2006.
- [85] *Fries T.-P., Matthies H.-G.* Classification and Overview of Meshfree Methods. // Institute of Scientific Computing Technical University Braunschweig Brunswick, Germany. 2004. – 64 pages.
- [86] *Gingold R.A., Monaghan J.J.* A. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical star. *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, 1977, 181, pp.375-389.
- [87] *Gingold R.A., Monaghan J.J.* Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 181, 1977, p. 375.
- [88] *Glück M., Breuer M., Durst F., Halfmann A., Rank E.* Computation of fluid structure interaction on lightweight structures. // *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89, 2001, pp. 1351-1368.

- [89] *Greenhow M., Lin W.M.* Non-linear free surface effects: Experiments and theory. // Rep. No. 83-19, Dept. of Ocean Engineering, MIT, Cambridge, MA. 1983.
- [90] *Hansen M.H.* Aeroelastic instability problems for wind turbines. *Wind Energy*, 10, 2007, pp. 551-577.
- [91] *Harlow F.H., Meixner B.D.* The Particle-And-Force Computing Method for Fluid Dynamics. // Los Alamos National Laboratory Report LA-MS-2567, 1961.
- [92] *Harlow F.H., Welch E.* Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluids with Free Surface. // *Phys. Fluids*, 1965, 8(12), pp. 2182-2189.
- [93] *Hirt C.W., Nichols B.D.* Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. // *J. Comput. Phys.*, 1981, 39(1), pp. 201-225.
- [94] *Hron J., Mádlík M.* Fluid-structure interaction with applications in biomechanics. // *Nonlinear Analysis*, 8, 2007, pp. 1431-1458.
- [95] *Hu X.Y., Adams N.A.* An incompressible multi-phase SPH method. // *J. Comput. Phys.*, 2007, 227, pp. 264-278.
- [96] *Idelsohn S.R., Marti J., Limache A., Onate E.* Unified Lagrangian formulation for elastic solids and incompressible fluids: Application to fluid – structure interaction problems via the PFEM. // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197, 2008, pp. 1762-1776.
- [97] *Khezzar L., Seibi A. C. & Goharzadeh A.* Water Sloshing in Rectangular Tanks – An Experimental Investigation & Numerical Simulation, *International Journal of Engineering (IJE)*, Volume (3) : Issue (2), 31-04-2009.
- [98] *Khonke P.* ANSYS Theory Reference, Swanson Analysis System, 1986.
- [99] *Korobkin A.A., Pukhnachov V.V.* Initial stage of water impact. // *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1988, 20, pp. 159-185.
- [100] *Koshizuka S., Tamako H., Oka Y.* A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation. // *Computational Fluid Dynamics Journal*, 1995, 4(1), pp. 29-46.
- [101] *Laguna P.* Smoothed Particle Interpolation. *Astrophys. J.*, 1995, 439, pp. 814-821.

- [102] *Lancaster P., Salkauskas K.* Surfaces Generated by Moving Least Squares Methods. // *Math. Comput.*, 1981, 37, pp. 141-158.
- [103] *Libersky L.D., Petschek A.G.* Smooth particle hydrodynamics with strength of materials. // In: Trease H.E., Fritts M.J., Crowley W.P. (Eds.), *Advances in the Free-Lagrange Method*. Springer-Verlag. 1990, 395, pp. 248-257.
- [104] *Liu C., Walkington N.J.* An Eulerian description of fluids containing viscoelastic particles. // *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 2001, 159, pp. 229-252.
- [105] *Liu G.R.* Mesh free methods: moving beyond the finite element method. CRC Press, 2003. – 712 pages.
- [106] *Liu G.R., Gu Y.T.* A local point interpolation method for stress analysis of two-dimensional solids. // *Struct. Eng Mech.*, 2001, 11(2), pp. 221-236.
- [107] *Liu G.R., Yan L., Wang J.G., Gu Y.T.* Point interpolation method based on local residual formulation using radial basis functions. // *Struct. Eng Mech.*, 2002, 14(6), pp. 713-732.
- [108] *Lucy L.B.* A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. // *Astron. J.*, 1977, 82(12), pp. 1013-1024.
- [109] *Lu X., Zhao Y., Huang X.Y., Xia G.H., Su X.H.* A matrix-free implicit unstructured multigrid finite volume method for simulating structural dynamics and fluid-structure interaction. // *Journal of Computational Physics*, 225, 2007, pp. 120-144.
- [110] *Mannini C., Schewe G.* Numerical study on the three-dimensional unsteady flow past a 5:1 rectangular cylinder using the DES approach. 13th International Conference on Wind Engineering, Proceedings, July 10-15, 2011.
- [111] *Melenk J.M., Babushka I.* The Partition of Unity Finite Element Method: Basic Theory and Applications. // *Comp. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 1996, 139, pp. 289-314.
- [112] *Mendes P.A., Branco F.A.* Analysis of fluid – structure interaction by an arbitrary Lagrangian–Eulerian finite element formulation. // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 30, 1999, pp. 897-919.

- [113] *Mohammad Ali Goudarzi, Saeed Reza Sabbagh-Yazdi*, Investigation of nonlinear sloshing effects in seismically excited tanks, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 43, 2012.– pp. 355-365.
- [114] *Monaghan J.J. etc.* Gravity currents descending a ramp in a stratified tank. // *J. Fluid. Mech.*, 1999, 379, pp. 39-69.
- [115] *Monaghan J.J.* Gravity currents and solitary waves // *Physica*, 1996, D. 98, pp. 523-533.
- [116] *Monaghan J.J.* Simulating free surface flows with SPH. // *Journal of Computational Physics*, 110, 1994, pp. 399-406.
- [117] *Monaghan J.J., Kocharyan A.* SPH simulation of multi-phase flow. // *Computer Physics Communications*, 87, 1995, pp. 225-235.
- [118] *Monaghan J.J., Thompson M.C., Hourigan K.* Simulation of free surface flows with SPH. // *J. Comput. Phys.*, 1994, 110, pp. 399-406.
- [119] *Muller M. etc.* Particle-Based Fluid-Fluid Interaction. // *Proceedings of SIGGRAPH'05 Symposium on Computer Animation (SCA 2005)*. Los Angeles, USA. July 31 – August 4, 2005, pp. 237-244.
- [120] *Nayroles B., Touzot G., Villon P.* Generalizing the Finite Element Method: Diffuse Approximation and Diffuse Elements. // *Comput. Mech.*, 1992, 10(5), pp. 307-318.
- [121] *Newmark N.M.* A method of computation for structural dynamics. // *J. Eng. Mech. Div.* 85 (1954), pp. 67-94.
- [122] *Nithiarasu P.* An arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) formulation for free surface flows using the characteristic-based split (CBS) scheme. // *Int. J. Numer. Meth. Fl.*, 2005, 48, pp. 1415-1428.
- [123] *Osher S., Fedkiw R.* *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*. Springer. 2002. – 296 pages.
- [124] *Ott F.* A modified SPH approach for fluids with large density differences. // Электронный ресурс. *Cornel University Library*. 2003. – URL: <http://arxiv.org/PScache/physics/pdf/0303/0303112v3.pdf> (дата обращения: 19.06.2009).

- [125] *Pal P.* Sloshing of Liquid in Partially Filled Container –An Experimental Study, International Journal of Recent Trends in Engineering, Vol. 1, No. 6 – May 2009.
- [126] *Park K.C., Felippa C.A.* Partitioned transient analysis procedures for coupled-field problems: accuracy analysis. // Journal of Applied Mechanics, 1980, Vol. 47, pp. 919-926.
- [127] *Rabczuk T., Belytschko T.* A three dimensional large deformation meshfree method for arbitrary evolving cracks. // CMAME. 2007, 196(29-30), pp. 2777-2799.
- [128] *Randies P.W., Libersky L.D.* Smoothed Particle Hydrodynamics: Some recent improvements and applications. – Comput. Method. Appl. M., 1996, 139, pp. 375-408.
- [129] *Ritchie B.W., Thomas P.A.* Multiphase smoothed-particle hydrodynamics. // Mon. Not. R. Astron. Soc., 2001, 323, pp. 743-756.
- [130] *Rugonyi S., Bathe K.J.* On Finite Element Analysis of Fluid Flows Fully Coupled with Structural Interactions. // CMES, 2001, Vol. 2, no. 2, pp.195-212.
- [131] *Rugonyi S., Bathe K.J.* On the analysis of fully-coupled fluid flows with structural interaction – a coupling and condensation procedure. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2000, Vol. 1, pp. 29-41.
- [132] *Sethian J.A.* Level Set Methods and Fast Marching Methods: Evolving Interfaces in Computational Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision and Materials Science. // Cambridge University Press. 1999. – 404 pages.
- [133] *Shao S.* Incompressible SPH simulation of water entry of a free-falling object. // Int. J. Numer. Meth. Fl., 59, 2009, pp. 91-115.
- [134] *Shi X., Lim S.P.* A LBM-DLM/FD method for 3D fluid–structure interactions. // Journal of Computational Physics, 226, 2007, pp. 2028-2943.
- [135] *Sigrist J.-F., Garreau S.* Dynamic analysis of fluid-structure interaction problems with modal methods using pressure-based fluid finite elements. // Finite Elements in Analysis and Design, 43, 2007, pp. 287-300.
- [136] *Subbaraj K., Dokainish M.A.* A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics-II. Implicit methods. // Comput. Structures 32 (6) (1989), pp. 1387-1401.

- [137] *Sukumar N., Moran B., Belytschko T.* The natural element method in solid mechanics текст. // *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 1998, Vol. 43, N. 5, pp. 839-887.
- [138] *Turek, S., Hron, J.* Proposal for Numerical Bench-marking of Fluid-Structure Interaction between an Elastic Object and Laminar Incompressible Flow. In: *Bungartz, H.-J. (Hrsg.) ; Schäfer, M. (Hrsg.): Fluid-Structure Interaction Bd. 53.* Springer Berlin Heidelberg, 2006, S. 371–385.
- [139] *Valizadeh A. etc.* Modeling two-phase flows using SPH method. // *Journal of Applied Sciences*, 2008, 8(21), pp. 3817-3826.
- [140] *Wagner R.* Über Stoss-und Gleitvorgänge und der Oberfläche von Flüssigkeiten. *Z. And. Math. Und Mech.*, 1932. Band 12. Heft 4, pp. 193-215.
- [141] *Wei Z., Kareem A.* A benchmark study of flow around a rectangular cylinder with aspect ratio 1:5 at Reynolds number 1.E5. 13th International Conference on Wind Engineering, Proceedings, July 10-15, 2011.
- [142] *Westergaard H.M.* Water pressure on dams during earthquakes. // *ASCE Transactions*, 98, 1931, pp. 418-433.
- [143] *Xia G., Lin C.-L.* An unstructured finite volume approach for structural dynamics in response to fluid motions. // *Computers & Structures*, 86, 2008, pp. 684-701.
- [144] *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.* *The Finite Element Method: vol.1 The Basis.* Butterworth-Heinemann, 2000. – 348 pages.
- [145] *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.* *The Finite Element Method: vol.2 Solid Mechanics.* Butterworth-Heinemann, 2000. – 479 pages.
- [146] *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.* *The Finite Element Method: vol.3 Fluid Dynamics.* Butterworth-Heinemann, 2000. – 707 pages.